

Una justificación probabilística de la democracia directa. Parte III.

Lex Kravetsky



En esta nueva entrega, seguimos considerando los pros y los contras de la democracia directa. ¿Quién puede someter un asunto a votación? ¿Es posible cambiar una decisión que todos han votado?

Oportunidad de plantear una pregunta

Consideremos ahora el segundo matiz de la "objeción potencial".

Sí, el experto dictatorial puede ser el que formule la respuesta correcta e incluso plantee la pregunta en sí, mientras que todos los demás no podrían ofrecer las opciones adecuadas, si es que las ofrecen, para llegar a la pregunta.

Sin embargo, ¿cómo es posible que en una sociedad demasiado subdesarrollada para plantearse la pregunta, haya exactamente una persona capaz de hacerlo, y sea él quien resulte ser el dictador? ¿Sobre todo si se supone que es capaz de formular todas las preguntas que los demás son incapaces de formular?

¿Qué situación milagrosa llevó a la aparición de tal persona y la convirtió en dictador? ¿Tiene sentido adaptar el sistema a una situación en la que tal persona exista y sea la única, pero que no sea un dictador?

Es poco probable que con una incompetencia total en todos los temas complejos de toda la sociedad, una sola persona sea competente en ellos y, además, sea competente en la lucha por el poder en un estado u organización con una dictadura y gane esa lucha.

No es probable que esto ocurra. Es más probable que muchas personas resulten ser competentes en distintas materias, mientras que alguna otra persona estará al timón.

En ese caso, por supuesto, puede que una de esas personas consiga de algún modo llegar hasta el dictador y plantearle la pregunta que a pocos se les ocurre, pero sería mucho más fácil para todos ellos someter esa pregunta a votación en una democracia directa. Y en democracia directa, por término medio, la respuesta correcta tiene más probabilidades de ganar una votación (por las razones estadísticas antes expuestas) que de ser aceptada por el dictador.

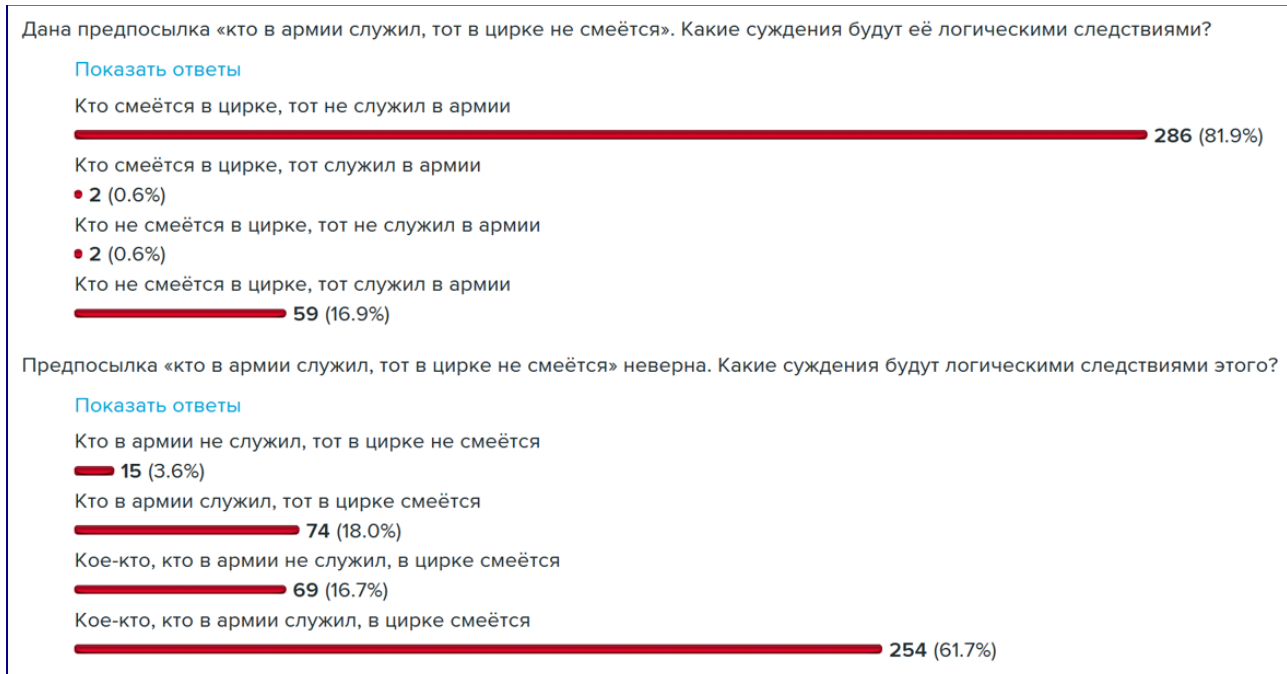
Al fin y al cabo, el derecho a tomar decisiones sobre la base de "una persona, un voto" no significa que todo el mundo deba someter a votación preguntas y proponer respuestas con exactamente la misma frecuencia. Es aceptable, por ejemplo, que los especialistas tomen la iniciativa a la hora de plantear preguntas y formular respuestas (aunque esto no significa que *sólo* los especialistas tengan este derecho: todos tienen el mismo derecho). Y es aceptable que pidan consejo, ya sea a la sociedad en su conjunto o a votantes individuales por voluntad propia. También es aceptable defender la propia opción ante los expertos (y luego ante quienes se dejen convencer por sus argumentos). Y las explicaciones de los expertos sobre estas cuestiones para la ciudadanía en general.

Darse cuenta de que los argumentos muestran la pertinencia de una pregunta dada y la corrección de alguna solución es muchos órdenes de magnitud más fácil que pensar en la pregunta en sí y en la respuesta correcta a la misma.

Así, todas las personas son bastante capaces de hacer álgebra ya en la escuela secundaria, aunque la mayoría de ellas no han descubierto todas estas fórmulas por sí mismas, y lo más probable es que ni siquiera algunas de ellas individualmente. Sin embargo, son bastante capaces de comprender los

métodos de aplicación y demostración. O al menos, si no de comprender la demostración en todos sus detalles, sí de entender que es más probable que se demuestre la corrección de la fórmula que que no se demuestre.

He aquí un ejemplo para el que realicé una [pequeña encuesta](#) entre los lectores de mi blog.



Es probable que la mayoría de los participantes no sean ni lógicos ni matemáticos (aunque probablemente algunos sí lo sean). Además, ninguno de ellos es desarrollador de lógica formal. Sin embargo, las respuestas correctas tanto a la pregunta más sencilla como a la un poco más complicada recibieron una mayoría de votos.

Y aquí está, una estadística clara: el colectivo, formado en su mayoría por no especialistas, votó por las respuestas realmente correctas. Aunque, como se desprende de los resultados, una proporción notable de los que votaron, al haber sido designados dictadores en estas preguntas, habrían tomado como respuesta la opción incorrecta.

Consideración de la probabilidad de llegar al poder

La sección anterior sugiere una idea interesante.

De hecho, la comparación se ha hecho todo el tiempo entre un sistema con democracia directa y otro en el que algún dictador ya está en el poder.

Sin embargo, como se ha mencionado en la sección anterior, tener un candidato muy guay para el dictador más eficaz no significa que vaya a ser el dictador. Ese es otro factor que estropea una dictadura: no se da por hecho que "el elegido" esté al timón. Igual que, por supuesto, la necesidad de que el sistema cuente con un dictador con cierta probabilidad de acertar no significa que tal persona exista ahora.

Así pues, supongamos que en algún lugar de la sociedad hay un candidato potencial (o un conjunto de candidatos) cuyas probabilidades son mucho mayores que las del colectivo en su conjunto. En el caso



de una dictadura, si ese candidato se convirtiera en dictador, tomaría las decisiones de acuerdo con sus indicadores. Si no lo es, las tomará alguien con una media colectiva.

Sea la probabilidad de que tal dictador llegue al poder igual a $p_{toPower}$. Entonces la probabilidad de tomar la decisión correcta en todos los muchos asuntos dada la probabilidad de llegar al poder en tal dictadura sería

$$(1 - p_{toPower}) * p_{dict}(\mu_{dem}, \sigma_{dem}) + p_{toPower} * p_{dict}(\mu_{dict}, \sigma_{dict})$$

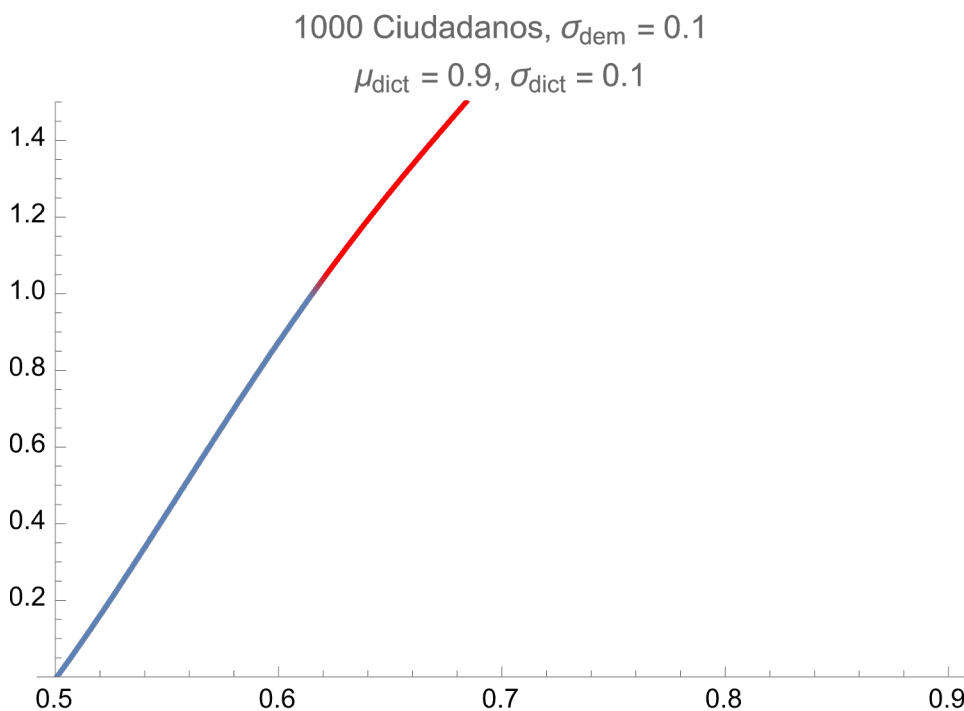
Para que este sistema con dictadura sea más eficaz que la democracia directa para el mismo colectivo, debe cumplirse la proporción

$$(1 - p_{toPower}) * p_{dict}(\mu_{dem}, \sigma_{dem}) + p_{toPower} * p_{dict}(\mu_{dict}, \sigma_{dict}) > p_{dem}(n_{all}, \mu_{dem}, \sigma_{dem})$$

Esto nos permite calcular la probabilidad necesaria de llegar al poder

$$p_{toPower} > \frac{p_{dict}(\mu_{dem}, \sigma_{dem}) - p_{dem}(n_{all}, \mu_{dem}, \sigma_{dem})}{p_{dict}(\mu_{dem}, \sigma_{dem}) - p_{dict}(\mu_{dict}, \sigma_{dict})}$$

Supongamos que el colectivo tiene una desviación típica = 0,1, y que un buen candidato a dictador tiene una probabilidad media de acertar de 0,9 con una desviación típica de 0,1. Entonces el gráfico de la probabilidad requerida de llegar al poder frente a la probabilidad media colectiva de acertar sería éste.



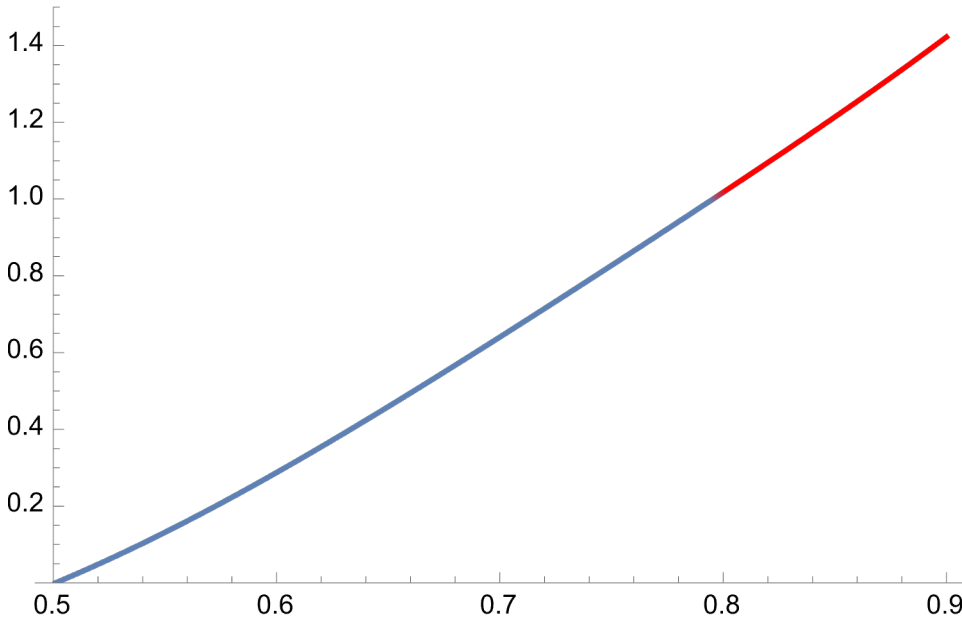
La zona resaltada en rojo en este gráfico es aquella en la que un dictador de este tipo no puede existir en absoluto.

La propia curva en esta zona no tiene sentido y es un artefacto de la simplificación de la fórmula, pero la he dejado, marcada en rojo, para que la "zona de imposibilidad" sea más visible en el gráfico.

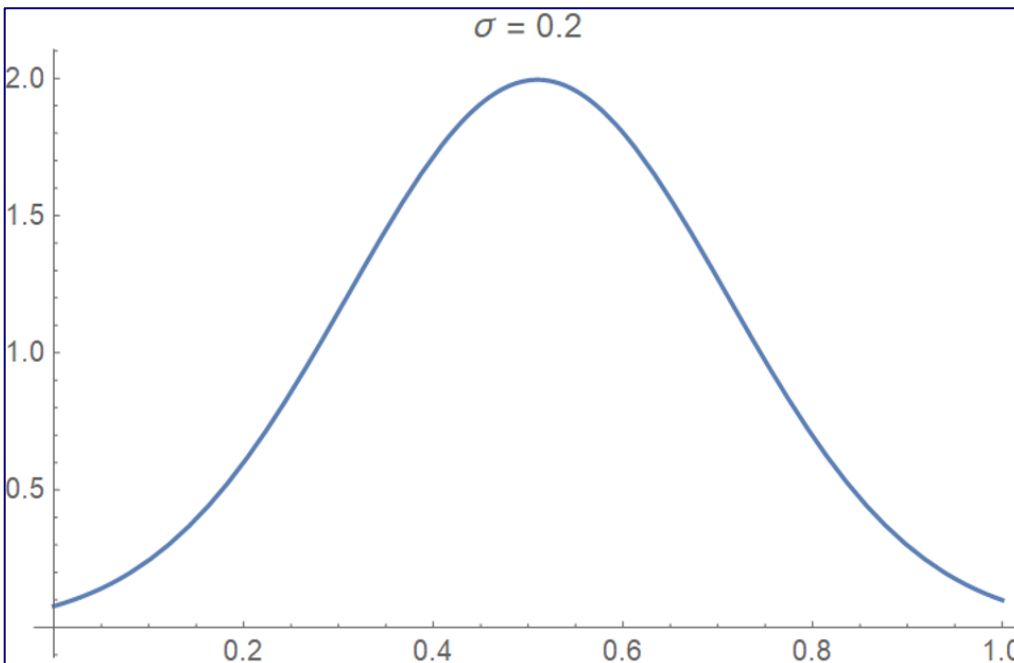
Sin embargo, incluso en la zona azul, donde todavía puede existir tal dictador, podemos ver que ya con una probabilidad media por colectivo de 0,6, tal dictador debe llegar al poder con una probabilidad del 80% - de lo contrario la dictadura como sistema resultará menos eficaz.

Para salvar la situación, tendrás que ajustar bastante los parámetros: aumenta la dispersión de las probabilidades de respuestas correctas a las preguntas para el colectivo a 0,2 y aumenta la probabilidad de acertar para el dictador a 0,99.

1000 Ciudadanos, $\sigma_{\text{dem}} = 0.2$
 $\mu_{\text{dict}} = 0.99, \sigma_{\text{dict}} = 0.1$



Debe entenderse que una distribución con una desviación típica de 0,2 tiene el siguiente aspecto



Es decir, hay una variación muy amplia en la probabilidad de elegir bien, lo que significa que hay una gama muy amplia de delirios en el colectivo.

Sin embargo, incluso en este caso resulta que con una media colectiva de 0,8 tal dictador no puede existir en principio, y con una media de 0,7, la probabilidad de que una persona tan brillante llegue al

poder debe ser del 60%.

Por cierto, como ya se ha mencionado, la probabilidad de llegar al poder también incluye la probabilidad de existencia, porque una persona que no existe no puede llegar al poder. Así que si pensabas que la probabilidad requerida del 60% de que un genio así llegue al poder no es tanta, hay algo que no has tenido en cuenta.

Al fin y al cabo, 0,6 es la probabilidad de que exista y haya llegado al poder.
Es decir

$$p_{\text{exista}} \cdot p_{\text{llegue al poder si existe}} = 0.6$$

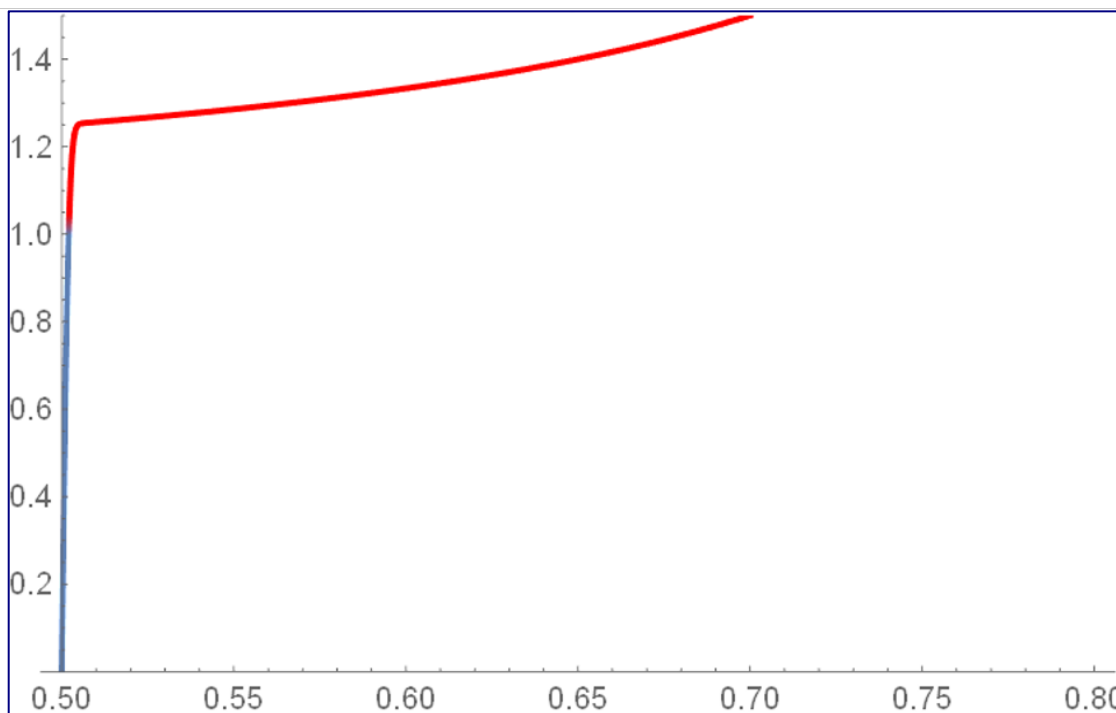
Así que para marcar ese 60% debe, por ejemplo, tener un 80% de probabilidad de existir y un 75% de probabilidad de llegar al poder si existe. O, alternativamente, existir con una probabilidad del 67% y una probabilidad del 90% de llegar al poder. Si esa persona existe, digamos, con un 50% de probabilidad, entonces la probabilidad de llegar al poder tendría que ser del 120%, lo cual, por supuesto, es imposible, es decir, el 50% de probabilidad de existencia (una suerte milagrosa que exista una persona con unos parámetros tan maravillosos con una probabilidad tan alta) sigue siendo insuficiente para que exista alguna posibilidad con un 0,6% de probabilidad de estar al mando.

En definitiva, como puede verse, tener en cuenta la probabilidad de llegar al poder (y por lo tanto de existir) ha complicado la ya poco envidiable posición de una dictadura frente a una democracia directa.

Si no nos fijamos en toda la multitud de cuestiones, sino en cuestiones individuales, entonces con un gran colectivo y sin ilusión, un sistema con un dictador no tiene ninguna posibilidad.

100000 ciudadanos

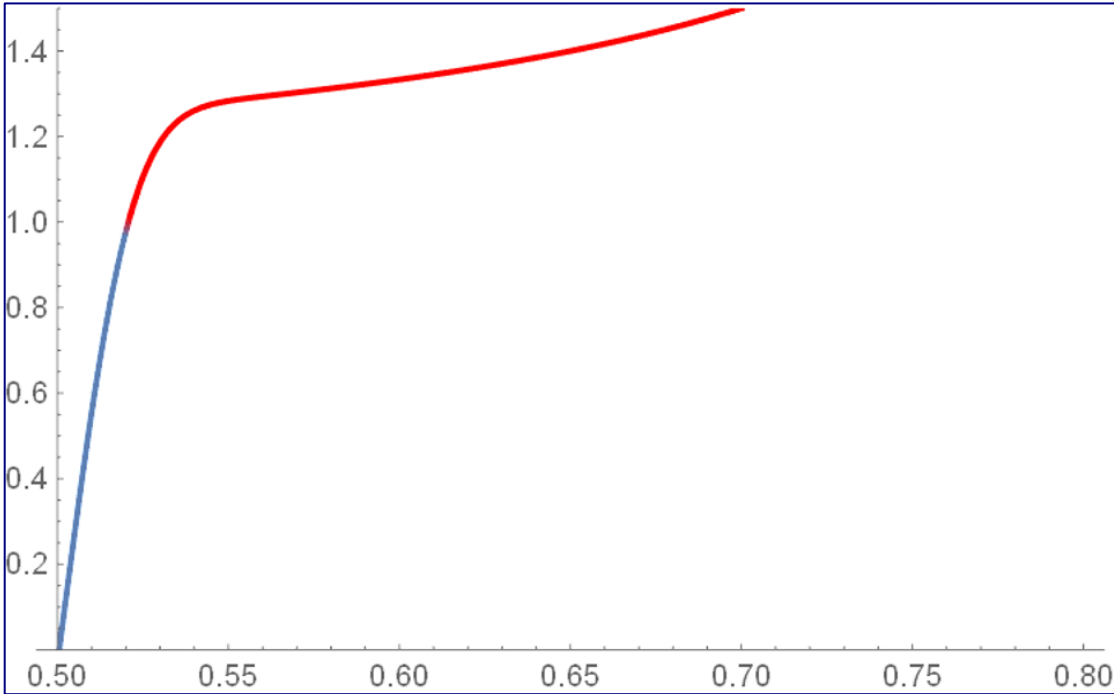
El dictador tiene una probabilidad del 0.9 de tomar una decisión correcta



E incluso en equipos más pequeños, las posibilidades son muy escasas.

1000 ciudadanos

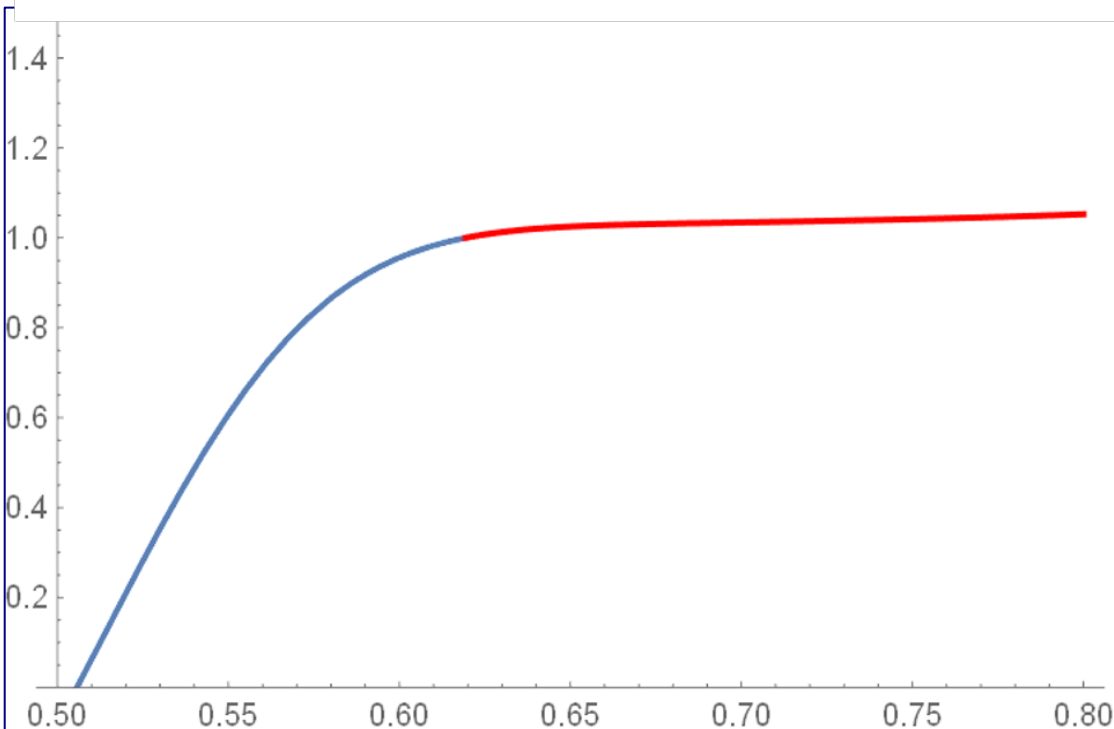
El dictador tiene una probabilidad del 0.9 de tomar una decisión correcta



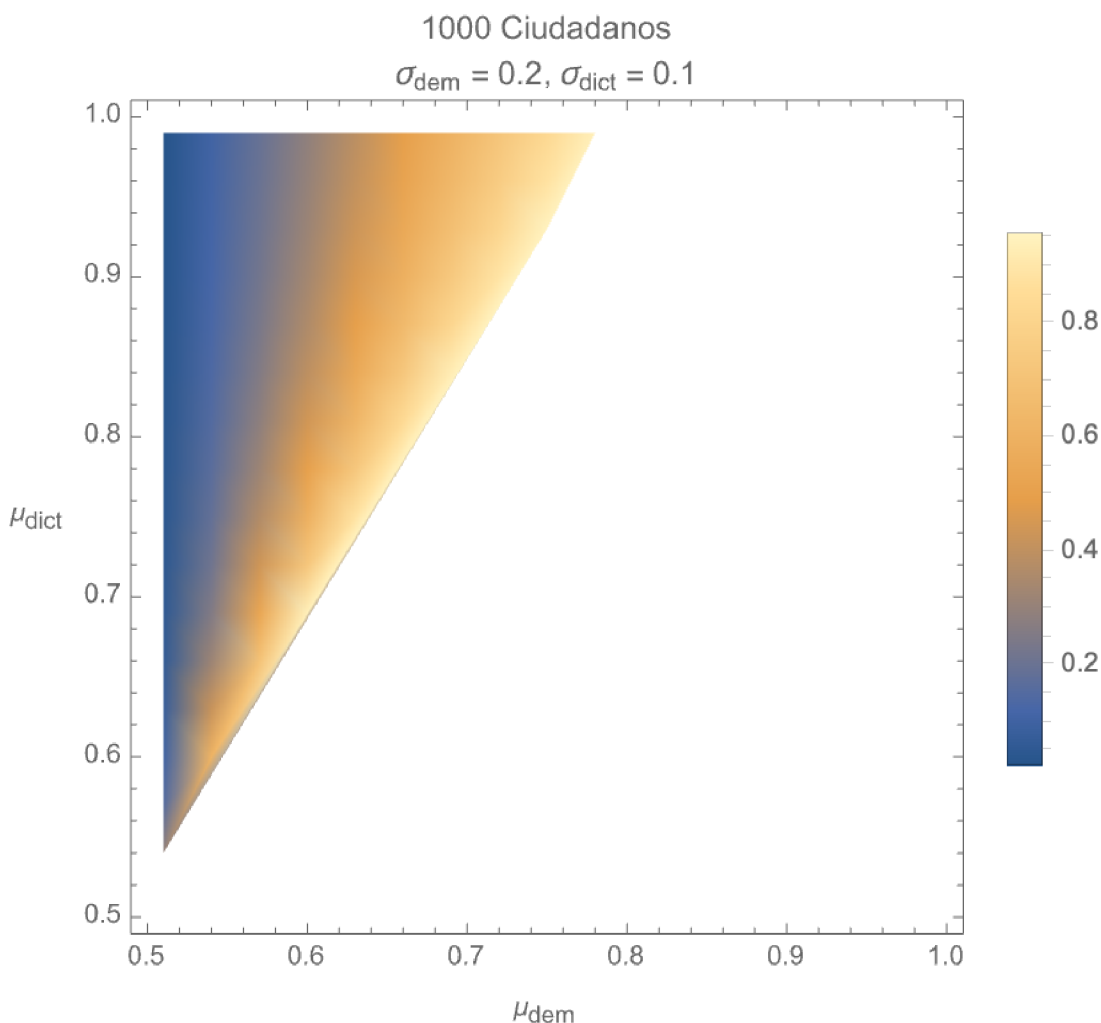
Habría que tener un equipo muy pequeño y un dictador completamente brillante en este tema para dar alguna oportunidad a la dictadura, aunque sólo fuera para hacer posible la existencia de un dictador así para este tema.

100 ciudadanos

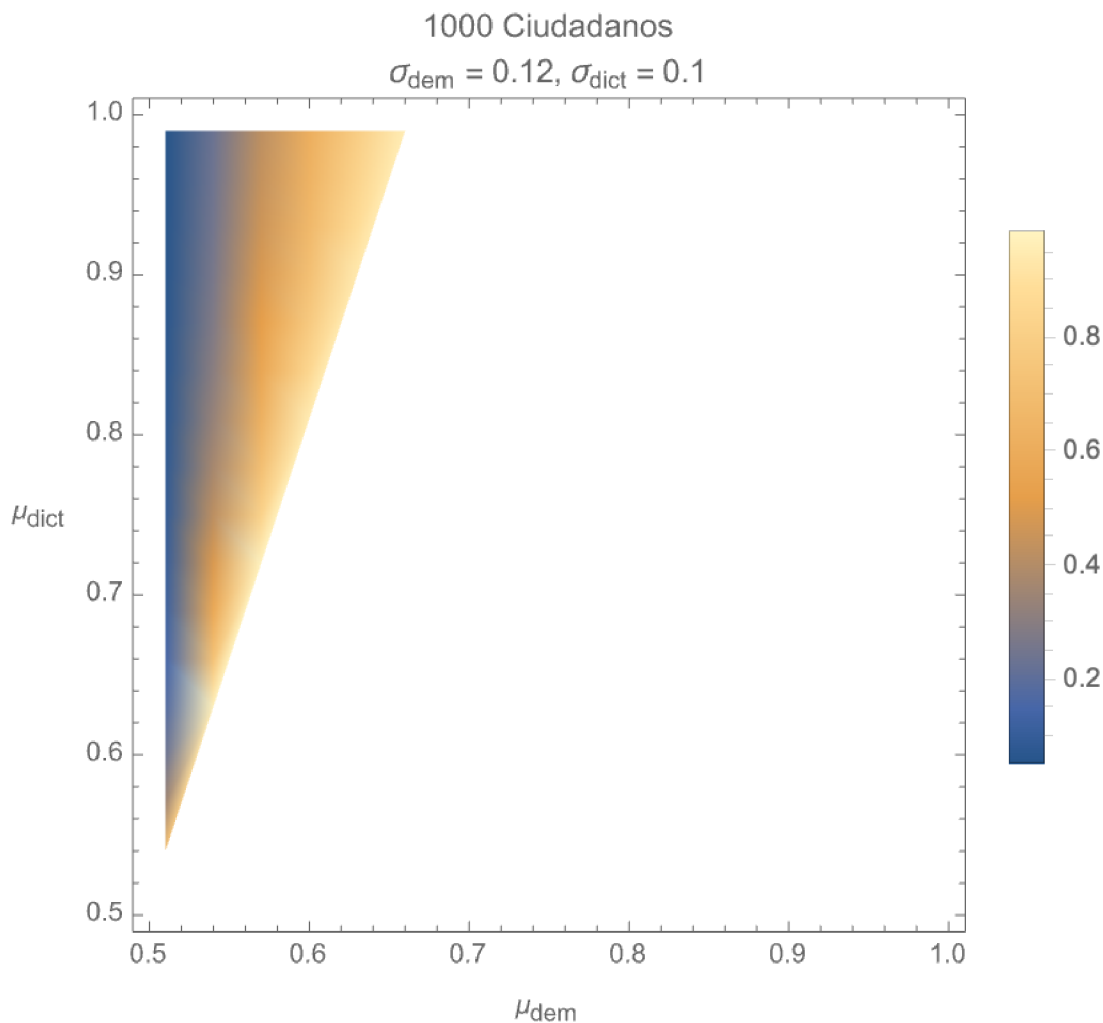
El dictador tiene una probabilidad del 0.90 de tomar una decisión



En términos generales, el "reino de lo posible" -es decir, el ámbito en el que un dictador que haga una dictadura comparable en eficacia a la democracia puede al menos existir- es bastante pequeño.



Obsérvese que el "triángulo posible" no sólo ocupa menos de una cuarta parte del área, sino que en la mayor parte de ella el dictador debe tener una probabilidad de llegar al poder superior a $\frac{1}{2}$. Si se hace que la desviación típica del colectivo sea comparable a la del dictador, el "triángulo de posibilidades" se reduce a un tamaño muy pequeño, y su parte azul pasa a ser bastante insignificante.



En otras palabras, un sistema dictatorial sólo puede tener sentido en preguntas en las que prevalecen las falacias masivas y, por tanto, elegir a cualquiera como dictador ya conllevaría un aumento de la probabilidad de la respuesta correcta. En las preguntas en las que no existen tales falacias, como en muchas de las preguntas en toda sociedad con parámetros plausibles, incluso si un dictador que adivinara muy bien podría mejorar la situación, tendría que existir y llegar al poder con una probabilidad inverosímilmente alta de hacerlo.

Normas obligatorias para la democracia directa

Por si acaso, repito: incluso sin reglas adicionales, la democracia será por término medio más eficaz por razones puramente estadísticas, salvo en algunos casos bastante fantásticos del tipo "la sociedad, por término medio equivocada en la mayoría de las cuestiones, pero con dictadores iluminados y bienintencionados, una y otra vez con improbables altas probabilidades de llegar al poder, al mando". Sin embargo, se puede intentar que un sistema aún más eficiente sea aún más eficaz.

En particular, cabe señalar que es casi seguro que las ideas erróneas lleven a tomar una decisión equivocada, y también en estos casos se puede intentar compensar el daño, ya que ello podría reducir el nivel de vida, frenar el desarrollo de determinadas áreas de actividad, etc.

Sí, la democracia seguirá ganando a la dictadura por término medio en todas las cuestiones, pero me gustaría que ganara en todas ellas. O al menos que ganara en la gran mayoría de ellas, y no perdiera demasiado en la pequeña fracción restante. De momento, resulta que hay un espectro de cuestiones

(áreas de engaño masivo) en las que la democracia tiene un resultado peor que la dictadura: casi garantiza un voto equivocado si mucha gente se equivoca en esa cuestión.

Sin embargo, la ilusión puede ser temporal. Es posible que muchos votantes no se hayan dado cuenta del error de la decisión hasta después de terminada la votación. Esto significa que habrá que revocarla una vez adoptada. Por lo tanto, una de las reglas clave de la democracia directa debería ser la siguiente.

Ninguna decisión es definitiva e irrevocable

Todas las tesis como "no se puede cambiar de caballo en la encrucijada", "hay que hacer lo que haga falta" no son para la democracia directa, porque perpetuarán las decisiones equivocadas y multiplicarán los daños.

La gente suele pensar que si ya se ha invertido una cantidad importante de recursos en la ejecución de un proyecto, abandonarlo sería un despilfarro de esos recursos. Sin embargo, si el proyecto en sí era defectuoso, entonces, por el contrario, continuar con él sería un despilfarro de recursos, recursos que pueden ahorrarse, frente a los que ya se han gastado por error.

A grandes rasgos, si el diseño es tal que la casa construida según él se caerá y es imposible arreglarla, es mejor dejar de construirla en el momento en que quede claro que el diseño es fundamentalmente erróneo. Aunque ya se hayan gastado tiempo y materiales en tres plantas, si se terminan las nueve restantes, se añaden acabados, se mete a la gente dentro, luego se corre a evacuarla y se ve cómo se cae la casa y luego se limpian los escombros, se gastarán muchos más recursos, pero el resultado es el mismo o incluso peor.

La sensación de que "si ya hemos decidido e invertido, entonces tenemos que terminar" puede ser fruto del resentimiento por los recursos y el esfuerzo malgastados o una forma de defensa psicológica: "¡no admitas que me equivoqué!", pero no es racional, como tampoco lo es poner en práctica esta tesis. Por cierto, cabe señalar que a veces se utiliza algún "corolario" de este sentimiento para justificar el rechazo de la democracia: "bueno, si hubiera una sola persona al mando, esto no pasaría".

Sin embargo, es fácil ver que esto ocurre con demasiada frecuencia, a pesar de que actualmente no existe democracia directa en la mayoría de los países e industrias. Sí, es comprensible querer culpar a alguien de un error y castigarle -sobre todo si se ha apuntado a ello de antemano-, pero este tipo de "venganza" puede disuadir efectivamente del abuso deliberado, el robo, la corrupción y el encubrimiento, pero no disuade de obrar mal. Sí, si una persona se siente intimidada por las consecuencias, podría asustarse, lo que le animaría a hacer comprobaciones mucho más largas para tranquilizarse (menos eficaces por unidad de tiempo, eso sí, debido al estrés y el miedo constantes), pero estas comprobaciones podrían hacerse más largas sin intimidación, simplemente dedicándoles el tiempo suficiente.

Por desgracia, para descartar por completo todos los errores posibles, la prueba tendría que ser infinitamente larga, y normalmente necesitamos el resultado material antes de que deje de existir el sistema solar, por lo que la probabilidad de que haya un error nunca sería cero.

Una de las razones es que algunas cosas son mucho menos obvias en la fase de reflexión preliminar a priori que cuando ya se ha intentado alguna parte del proyecto.

En otras palabras, la intención desde el principio no debe ser "hagamos lo que haga falta" y no "si no funciona, castigemos a esa persona de ahí y acabemos de una vez", sino "en algún momento empezaremos la aplicación, sabiendo que puede haber errores en el proyecto y puede que haya que

abandonarlo o modificarlo".

Es decir, por cada decisión tomada en un momento dado, debe ser posible revisarla y tomar otra. De hecho, los "dictadores" hacen exactamente eso con bastante frecuencia (sólo que lejos de comunicárselo siempre a los demás), así que ¿por qué debería abandonarse esto en una democracia directa? ¿Sólo porque algunos dictadores pretenden acertar siempre a la primera? ¿O porque los más locos de entre ellos, para divertir sus egos, insisten incluso cuando es bastante obvio que todo el proyecto fracasará?

¿O porque, a menudo, el "responsable", bajo presión, acepta un plazo subestimado y luego, temeroso del auto, se esfuerza por ocultar el resultado fallido? Pues bien, esto es malo, no bueno: el proyecto sigue siendo un fracaso, pero se han gastado recursos a fondo en él y probablemente se sigan gastando en un funcionamiento ineficaz y peligroso y en ocultar errores, y encima no se pueden sacar conclusiones de esta información: dónde salió mal, por qué, qué fenómenos causan los efectos que llevaron al fracaso.

Si hubiera habido una oportunidad oficial de cambiar de opinión después de la salida, en lugar de justo antes, nada de esto habría ocurrido.

Sin embargo, esto plantea la cuestión de cómo hace la gente para cambiar de opinión después de haber tomado la decisión equivocada en primer lugar. ¿Qué les motivará?

Es comprensible que los argumentos -especialmente los que circulan ampliamente- puedan inducirles a cambiar de opinión.

De lo que se deduce la segunda regla.

No debe haber censura en una democracia directa

Podría parecer que, sin censura, son precisamente las falacias las que se difundirán. Algunos "nosotros" prohibirían que se difundieran, pero seguirían difundiendo el punto de vista correcto. Sin embargo, ¿quiénes son esos "nosotros"?

Si todas las decisiones se toman por mayoría, entonces la decisión de prohibir la difusión de determinados argumentos también se tomará por mayoría. Pero, en este caso, está garantizado que una falacia común lleve a prohibir la difusión de argumentos que la refuten. Así pues, la propia existencia de falacias cuando la censura es permisible hará que no sólo se pongan en práctica, sino que también sea muy difícil rechazar esas falacias.

Cuando no hay engaño masivo, y sin censura, la decisión correcta está casi garantizada - después de todo, las decisiones se toman por mayoría de votos, y sin engaño la probabilidad de la decisión correcta es mayor que $\frac{1}{2}$ para todos, lo que en una democracia directa casi garantiza exactamente esa decisión.

El dictador podría, a pesar de las prohibiciones de la censura, cambiar de opinión por su cuenta, pero ¿puede hacerlo todo el colectivo si hay censura?

En el caso general, esto es poco probable. Sin embargo, hay una condición en la que, aunque haya censura (por no hablar de que no haya censura), es muy probable que el colectivo cambie de opinión.

La decisión la toman todas las personas que se verán afectadas por ella, y sólo esas personas

En este caso, la decisión adoptada repercute directamente en quienes la tomaron, al menos en su mayoría.

De hecho, si una persona apoyó una decisión pero luego, cuando empezó a materializarse, empezó a observar personalmente un deterioro de algo en su vida o una mejora mucho menor de la esperada, tiene una probabilidad no nula de cambiar de opinión, incluso si nadie está agitando a favor de ello (e incluso más rápido si muchos ya están agitando a favor de ello).

En cambio, si la decisión que toma no le concierne directamente, es mucho menos probable que cambie de opinión. La censura, en cambio, puede reducir esa probabilidad casi a cero.

Así pues, esta regla de democracia directa, citada en el título de la sección, es crucial: sin ella, el sistema será mucho menos eficaz. Pues es precisamente esta regla la que determina el "replanteamiento masivo por experimentación" y, al mismo tiempo, hace que sea lo más rápido posible, ya que los que se ven afectados por una decisión son, por término medio, mucho más propensos a cambiar de opinión que los que no tienen nada que ver con las consecuencias de dicha decisión.

Así que, en resumen, para que la democracia sea eficaz, incluso cuando hay malentendidos, la decisión tomada debe tener un impacto directo en quienes la tomaron, y éstos deben poder cambiar de opinión después de que la decisión global se haya tomado por mayoría.

Tasa de cambio de la solución

Sin embargo, surge la pregunta: ¿con qué rapidez cambia de opinión el colectivo? ¿Es más rápido que el de un dictador que también se equivocara?

Al fin y al cabo, si el colectivo tarda más en cambiar de opinión, todas las ventajas que tiene la democracia directa en ausencia de ilusión pueden verse superadas por el bajo índice de cambio de opinión en presencia de ilusión.

En este caso, la dictadura puede equivocarse más a menudo, pero será más rápida en corregir los errores.

Para responder a esta pregunta, tenemos que calcular la "velocidad" del cambio en la decisión en una democracia directa y en una dictadura, y luego compararlas.

Consideremos el siguiente modelo: la decisión equivocada ya se ha tomado. Sin embargo, las consecuencias, la propaganda, los argumentos, etc., hacen que en cada "iteración" cada votante o dictador tenga alguna posibilidad de cambiar su decisión.

Una iteración aquí puede ser cualquier cosa: un periodo de tiempo, un acontecimiento, lo que sea. Lo importante es que se supone que las iteraciones del colectivo y del dictador son iguales. Y en función de su naturaleza, se evalúa la probabilidad de cambiar de decisión en cada iteración.

La velocidad de un dictador

La probabilidad de que una persona cambie de opinión a más tardar a un determinado paso se puede averiguar a partir de una simple consideración.

En cada paso, la probabilidad de *no cambiar de opinión* es

$$1 - p_{dictToGood}$$

donde $p_{dictToGood}$ es la probabilidad de cambiar de opinión en cada paso.

Si se dan pasos, significa que en el paso actual y en cada paso anterior el dictador no ha cambiado de opinión. La probabilidad de este suceso compuesto es, por tanto, igual al producto de las probabilidades de los sucesos que lo componen.

$$(1 - p_{dictToGood})^{step}$$

La probabilidad de cambiar de opinión en este paso es uno menos esta probabilidad.

$$p_{dictChange} = 1 - (1 - p_{dictToGood})^{step}$$

A partir de aquí, se puede resolver el problema inverso: si se da la probabilidad de pensar demasiado, ¿cuántos pasos tardaría el dictador en cambiar de opinión con esa probabilidad?

$$step = \frac{\log(1 - p_{dictChange})}{\log(1 - p_{dictToGood})}$$

Observe, por cierto, un "error intuitivo" relacionado. La probabilidad de obtener un seis en un dado es de un sexto. ¿Cuál es la probabilidad de que en seis tiradas caiga un seis al menos una vez?

Muchas personas creen intuitivamente que la probabilidad = 1 porque

$$\frac{1}{6} * 6 = 1$$

Sin embargo, ¿cuál es entonces la probabilidad de que se caiga al menos una vez de cada siete lanzamientos? ¿Son realmente siete sextos? Después de todo, la probabilidad no puede ser mayor que uno.

Además, todo el mundo entiende que en seis (o cualquier otro) número de lanzamientos es muy posible que no salga un seis ni una sola vez, por lo que no puede haber una probabilidad única.

La solución correcta es la misma que la que se acaba de hacer con el cambio de opinión del dictador.

Para n lanzamientos la probabilidad de que caiga al menos un seis

$$1 - \left(1 - \frac{1}{6}\right)^n$$

La velocidad de la democracia directa

El número de pasos en los que el colectivo cambiará de opinión se puede averiguar a partir de las siguientes consideraciones.

Si se da la probabilidad media de que cada miembro del colectivo cambie de opinión en cada paso, $p_{dictToGood}$, entonces si es lo suficientemente grande (cien personas o más) es por término medio igual

a la proporción que cambia de opinión en ese paso.

Esto, a su vez, significa que el número de personas que siguen eligiendo la opción equivocada por *pasos* (incluidos los que la tomaron desde el principio) viene dado por el cociente

$$n_{bad}(step) = n_{bad}(step - 1) - p_{toGood} * n_{bad}(step - 1)$$

En el paso cero, es decir, inmediatamente después de la votación original, conocemos el número de personas que tomaron la decisión equivocada.

$$n_{bad}(0) = n_{badStart}$$

Ahora podemos resolver esta ecuación recursiva, dadas las condiciones iniciales.

$$n_{bad}(step) = n_{badStart} * (1 - p_{toGood})^{step}$$

La opinión mayoritaria cambiará cuando el número de personas que tomaron la decisión equivocada sea la mitad del tamaño del grupo (esta vez puedes ignorar ir al siguiente número entero más bajo y añadir uno - no supondrá una gran diferencia, pero complicará la fórmula).

$$n_{badStart} * (1 - p_{toGood})^{step} = \frac{n_{all}}{2}$$

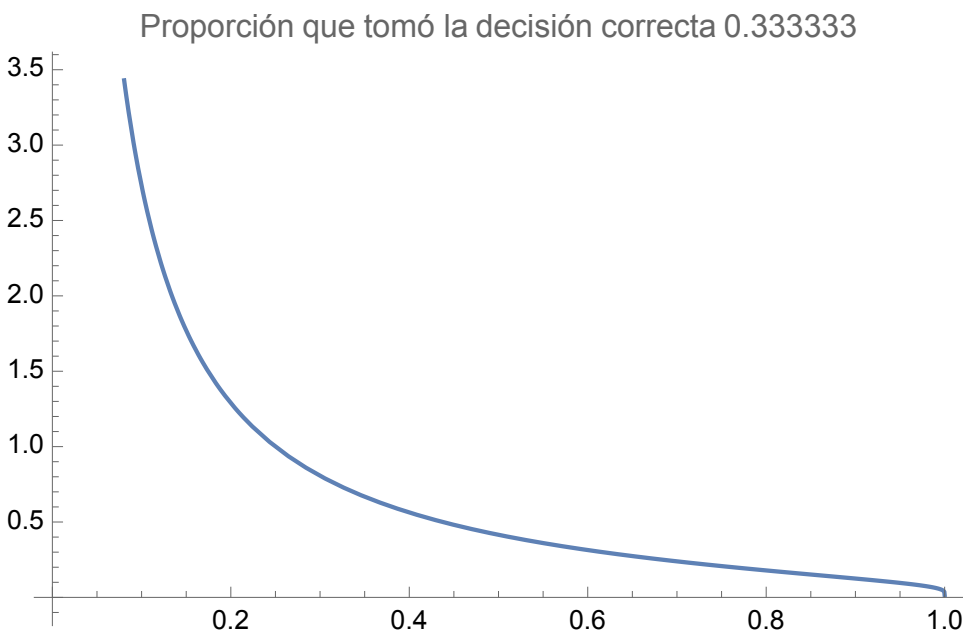
Para que la solución de esta ecuación parezca más sencilla y clara, se puede introducir una variable adicional igual a la proporción que tomó inicialmente la decisión equivocada.

$$r_{bad} = \frac{n_{badStart}}{n_{all}}$$

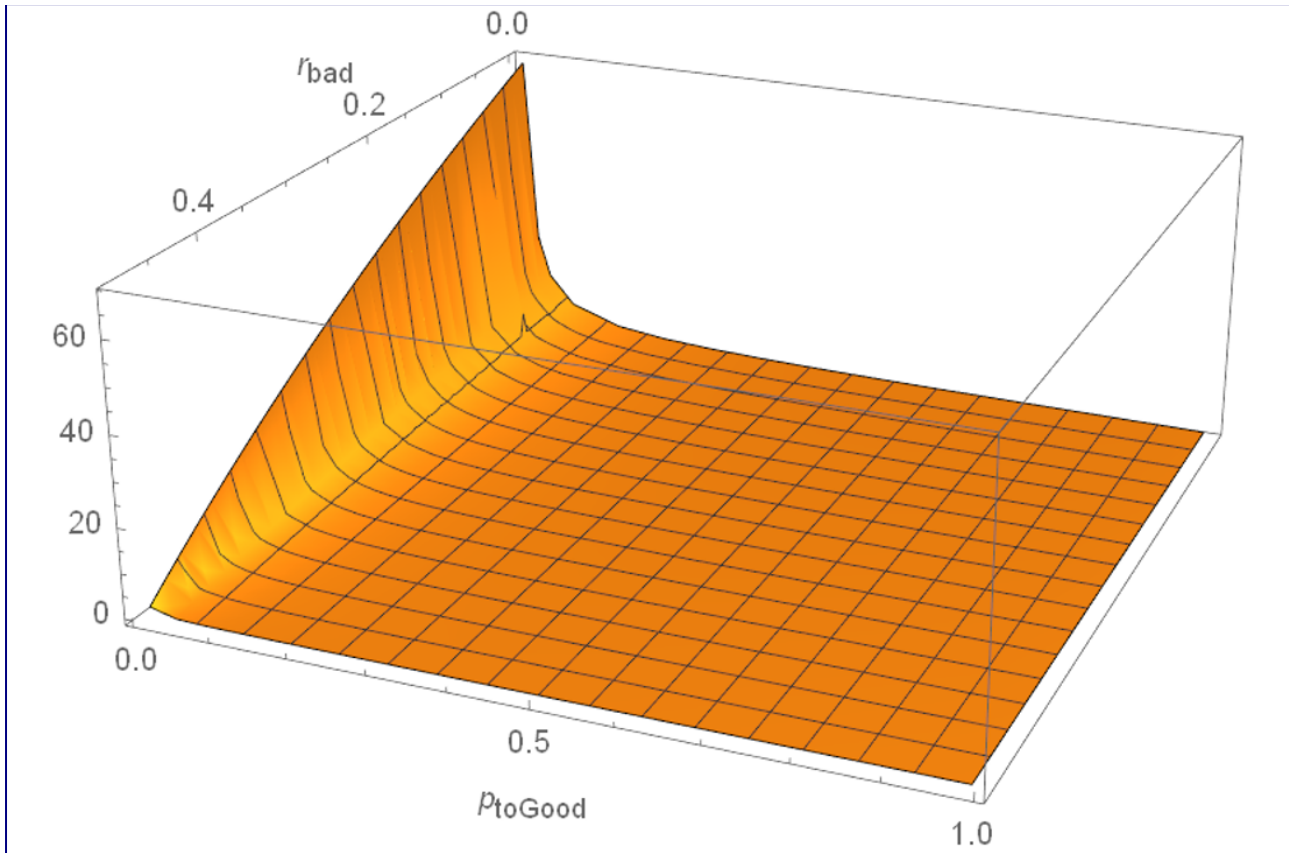
Entonces

$$step = - \frac{\log(2 r_{bad})}{\log(1 - p_{toGood})}$$

Para una determinada proporción de los que inicialmente tomaron la decisión correcta, el número de pasos depende de la probabilidad de que cambien de opinión de la siguiente manera.

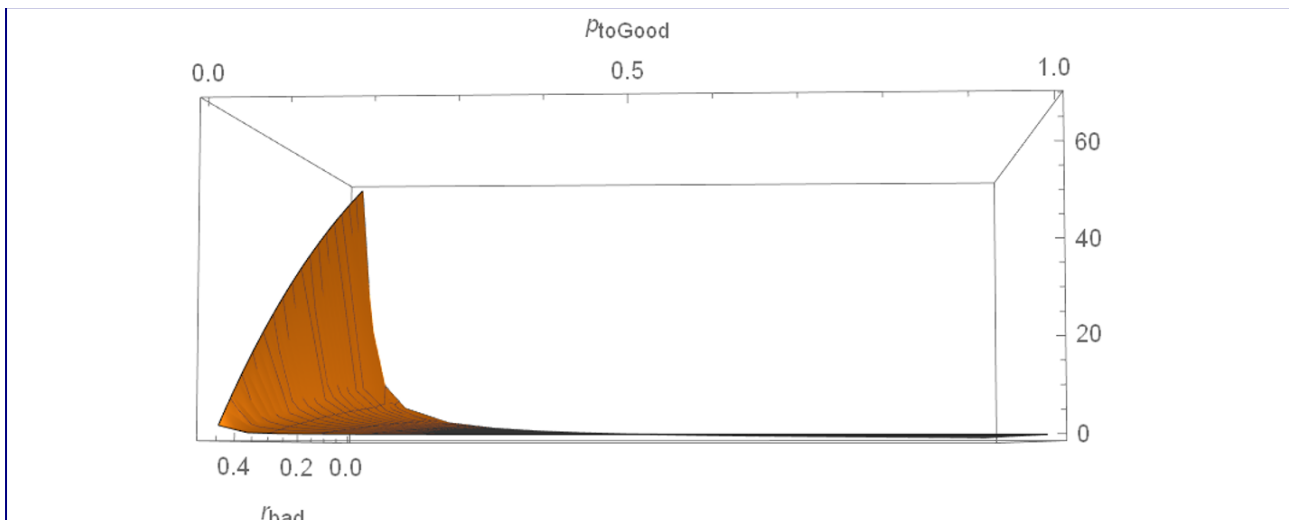


Si se traza la dependencia tanto de la proporción como de la probabilidad de cambiar de opinión, el patrón es el siguiente.



Se da un gran número de pasos cuando, por la razón que sea, la gran mayoría son erróneos y hay muy pocas posibilidades de cambiar de opinión en cada paso. Se trata de una situación con delirio dominante y niveles aparentemente bajos de pensamiento crítico en el colectivo, por lo que cada participante es casi incapaz de reconocer la falacia de una decisión por sus consecuencias. Y, cabe señalar, aquí hay formas extremas de todo esto (casi nadie votó por la decisión correcta y la probabilidad de cambiar de opinión en cada paso es inferior al 5%).

En otros casos, sin embargo, se requieren muy pocos pasos (y en una zona muy extensa, uno solo).



El tamaño del "diferencial"

A partir de la fórmula

$$step = - \frac{\log(2 r_{bad})}{\log(1 - p_{toGood})}$$

se observa que el número de pasos es independiente del número de votantes. Sin embargo, se trata de un valor medio, y el número de participantes determina la "dispersión" del número de pasos en cada caso en torno a este valor. ¿Qué tamaño tiene?

En primer lugar, hay que decir que la "variación" en el número de pasos existe no sólo para el colectivo, sino también para el dictador, porque su adivinación es también un proceso probabilístico, y por lo tanto él tampoco adivinará a través de un número determinista de pasos, sino sólo con cierta probabilidad en algún paso.

Por lo tanto, tiene sentido comparar la "amplitud de la dispersión" para el colectivo con la "amplitud de la dispersión" para el dictador.

Es cierto que la distribución de la toma de decisiones por el colectivo y el dictador es completamente diferente: para el colectivo se aproxima a una distribución normal, mientras que para el dictador es una distribución geométrica.

Por esta razón, no existe un valor único que refleje igualmente bien la variación. Sin embargo, aún es posible hacer algunas anotaciones: en particular, marcar con puntos el paso correspondiente a una determinada proporción de casos en los que, en ese paso o antes, el colectivo o el dictador ha cambiado la decisión.

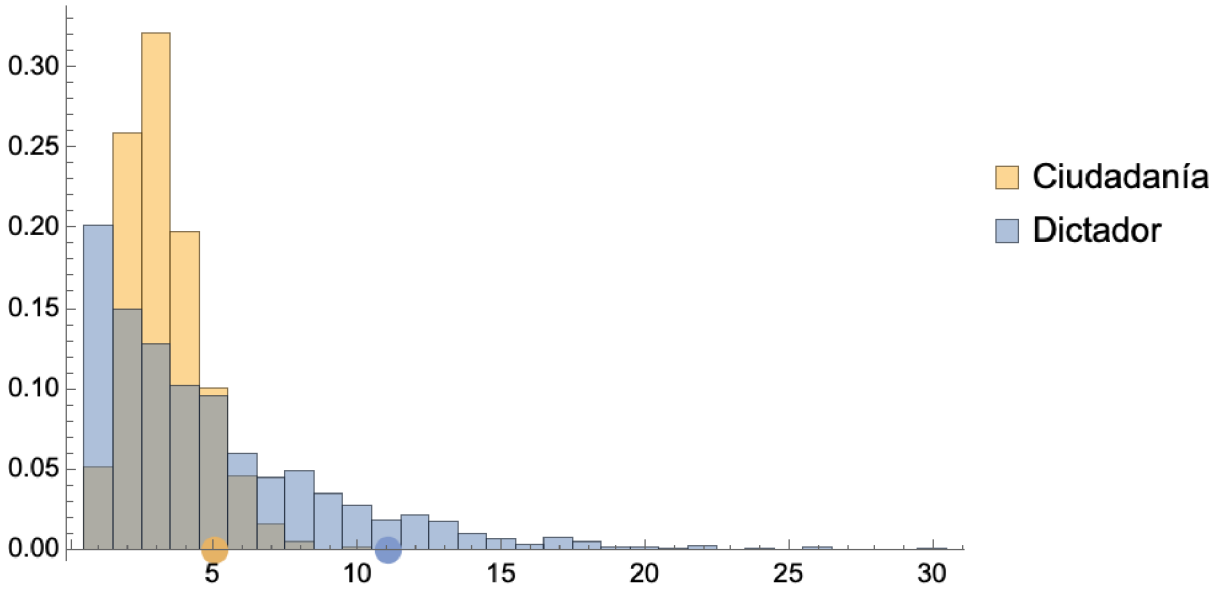
En los gráficos siguientes, el nivel del 90 % se marcará con puntos.

10 Ciudadanos, 1000 Tiradas

Proporción que tomó la opción correcta = 0

Probabilidad de que el participante cambie de opinión = 0.2

Probabilidad de que el dictador cambie de opinión = 0.2



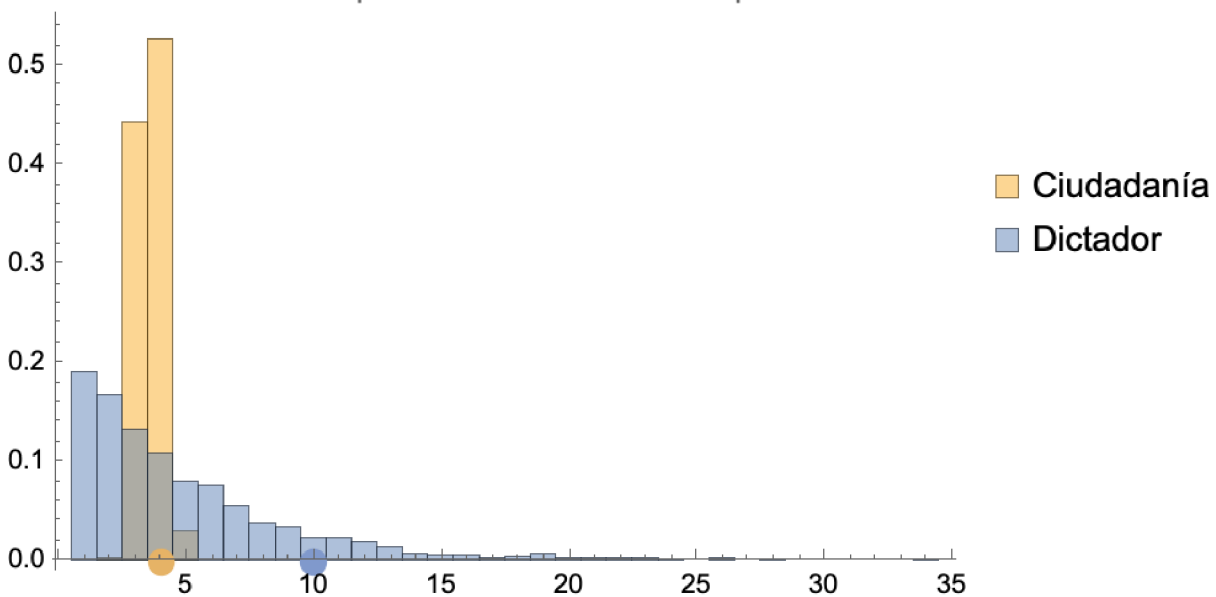
Se puede observar que cuando el número de participantes es pequeño, la dispersión en pasos es bastante grande, pero disminuye rápidamente cuando aumenta el número de participantes.

100 Ciudadanos, 1000 Tiradas

Proporción que tomó la opción correcta = 0

Probabilidad de que el participante cambie de opinión = 0.2

Probabilidad de que el dictador cambie de opinión = 0.2

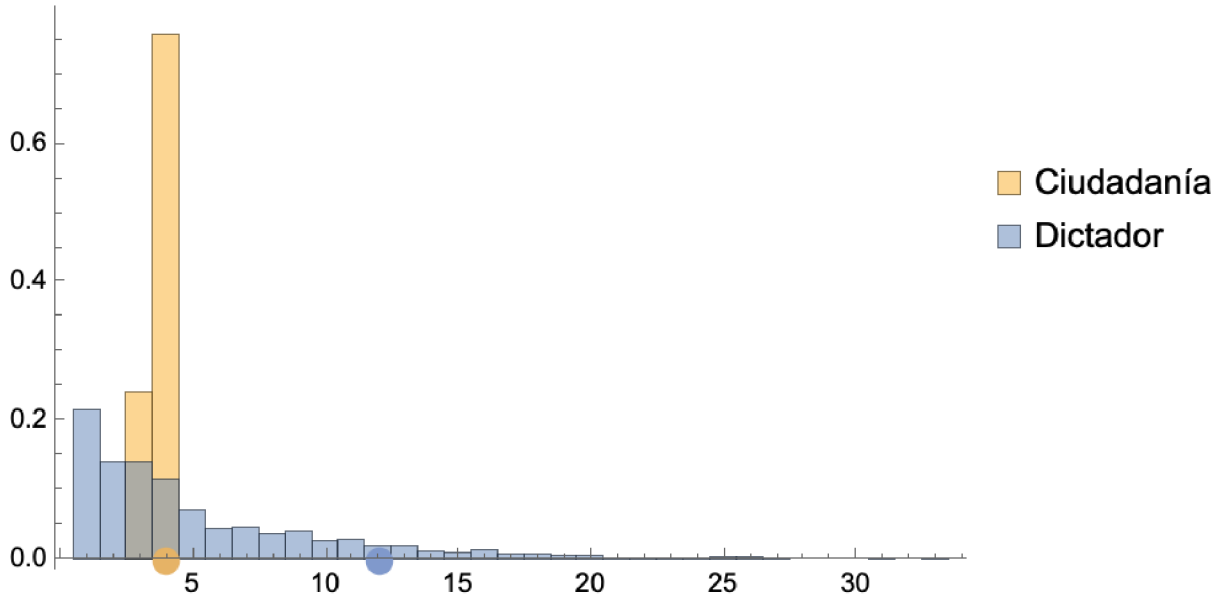


1000 Ciudadanos, 1000 Tiradas

Proporción que tomó la opción correcta = 0

Probabilidad de que el participante cambie de opinión = 0.2

Probabilidad de que el dictador cambie de opinión = 0.2

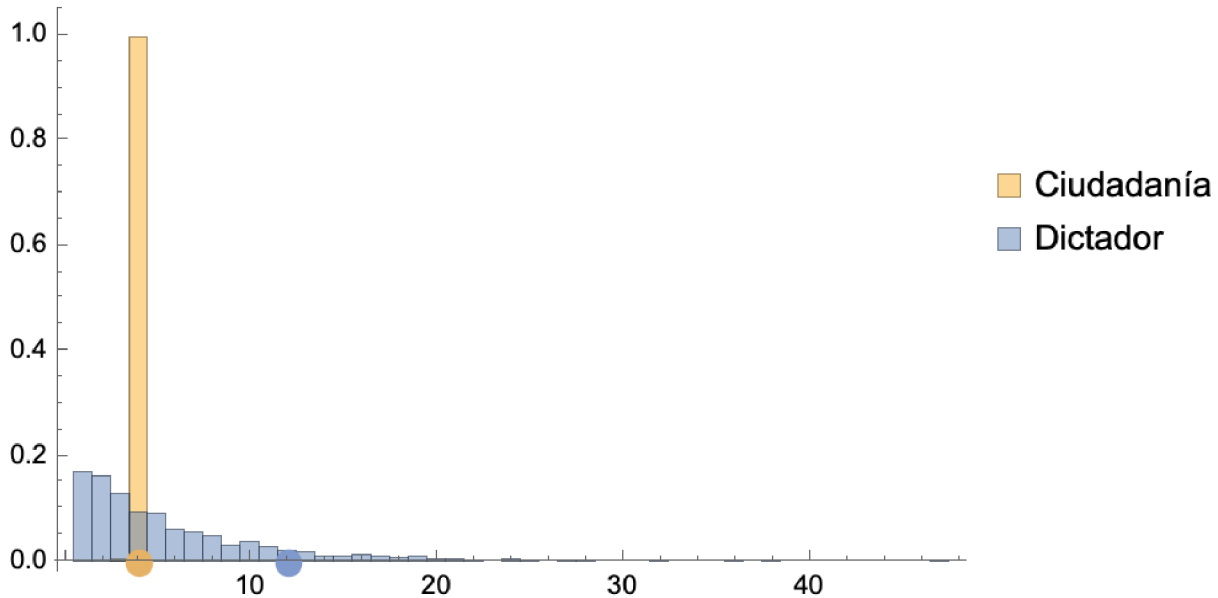


10000 Ciudadanos, 1000 Tiradas

Proporción que tomó la opción correcta = 0

Probabilidad de que el participante cambie de opinión = 0.2

Probabilidad de que el dictador cambie de opinión = 0.2



Entre otras cosas, aquí se puede ver que con estos parámetros el colectivo consigue un 90% de probabilidad de cambio de opinión notablemente más rápido que un dictador. Aunque el dictador tiene una probabilidad considerable de cambiar de opinión ya en el primer paso, la probabilidad es relativamente pequeña para un colectivo si el número medio previsto de pasos es de 4 o más, y el número de participantes es superior a unas pocas docenas.

Sin embargo, al mismo tiempo, hay casos en los que se necesitan varias docenas de pasos para cambiar una decisión, a diferencia del colectivo, cuya media es de 4-5 pasos y, si es grande, no más de cuatro. Y ello a pesar de que, en este caso, se daba por sentado que nadie de todo el grupo había elegido la decisión correcta; en otras palabras, prevaleció un error de concepto total.

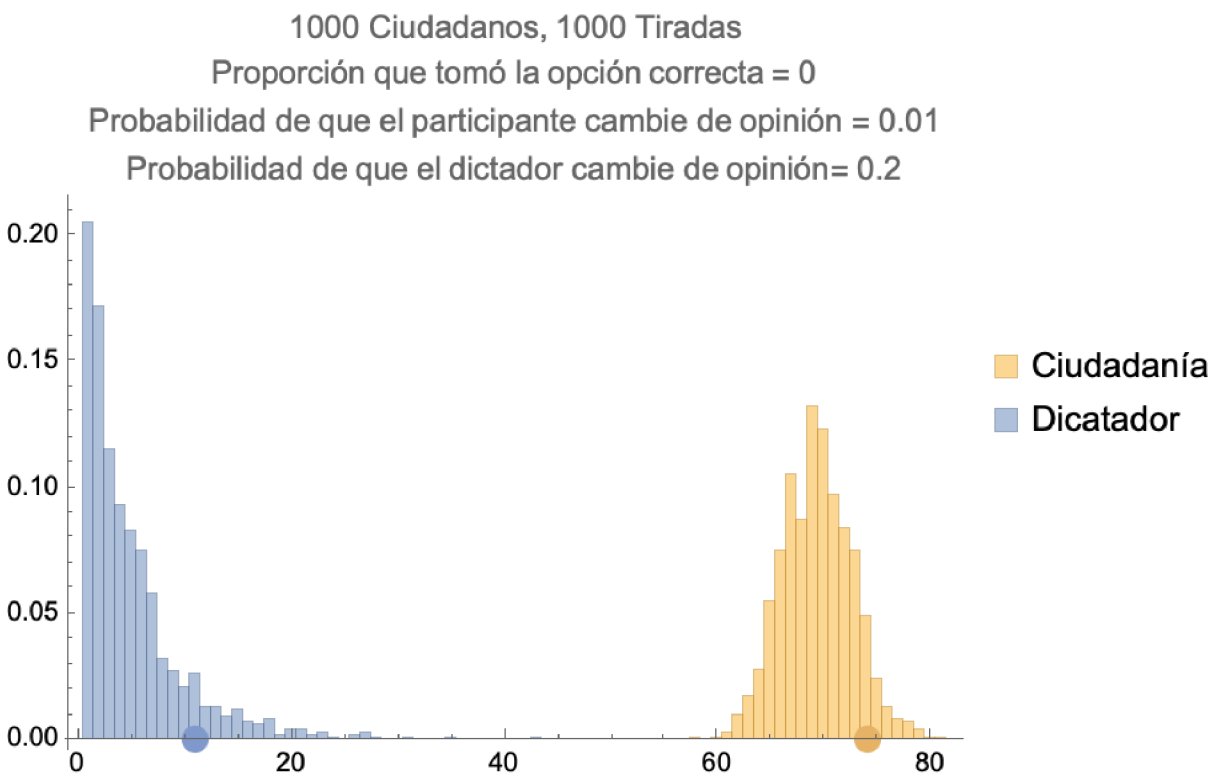
Rapidez en la toma de decisiones

La misma situación -con un cero por ciento de los que eligen inicialmente la opción correcta- también puede verse como una evaluación de la velocidad de la toma de decisiones, teniendo en cuenta que "pensar demasiado" en este caso es "deliberar", y todo el proceso simula así la rapidez con la que vota la mitad del equipo o el dictador.

Ya se ha demostrado en la última sección que con probabilidades iguales y relativamente más altas de "tomar una decisión" para el dictador y para el colectivo, la mitad del colectivo lo hará significativamente más rápido que el dictador.

Lo que en cierto modo insinúa que la "lentitud" de la democracia es un mito. De hecho, en la mayoría de los casos funciona mucho más rápido que la dictadura: incluso para un quórum de la mitad del colectivo, la decisión se toma mucho más rápido que para un dictador, y si el quórum se reduce, el número de pasos será aún menor. Así, por ejemplo, si la probabilidad de tomar una decisión en cada paso es de 0,2 y el quórum es del 10%, la decisión se tomará en un paso (frente a unos 10 pasos para el dictador, eso sí).

E incluso con una probabilidad del 0,01, un colectivo con un quórum del 10% necesitaría 12 pasos para tomar una decisión con una probabilidad del 90%.



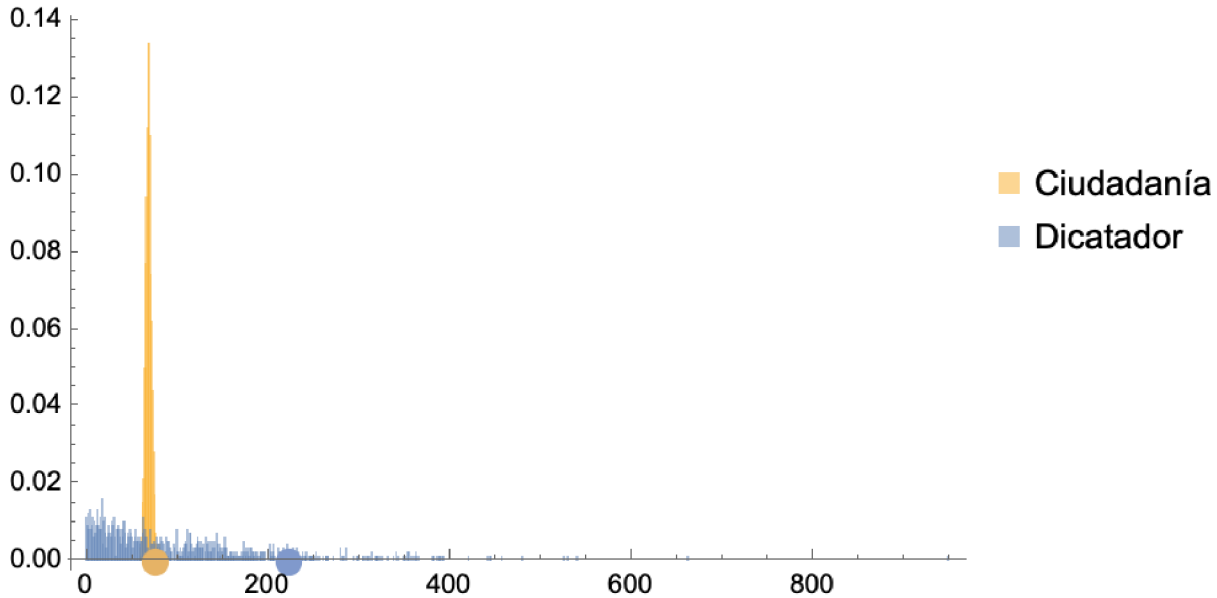
Para ello, veamos, por ejemplo, lo rápido que tomaría una decisión el dictador si la probabilidad para él también fuera de 0,01.

1000 Ciudadanos, 1000 Tiradas

Proporción que tomó la opción correcta = 0

Probabilidad de que el participante cambie de opinión = 0.01

Probabilidad de que el dictador cambie de opinión = 0.01



Se necesitarían aproximadamente 220 pasos para alcanzar una probabilidad del 90% de tomar una decisión. En algunos casos, necesitaría más de 700 pasos. Y sólo en una pequeña fracción de los casos, lo haría más rápido que un equipo de 1000 personas con un quórum del 10%, que tiene garantizado terminar de decidir en el 12° paso.

Velocidad de sobre-pensamiento en diferentes casos

Tiene más sentido utilizar otra forma de mostrar el gráfico de barras para mayor claridad. Hasta ahora ha mostrado la proporción de personas que cambian de opinión en el paso exacto. Sin embargo, como no nos interesa un paso concreto, sino la proporción de personas que ya han cambiado de opinión en ese paso, el histograma puede mostrar precisamente eso: qué porcentaje de personas ya han cambiado de opinión en ese paso o antes.

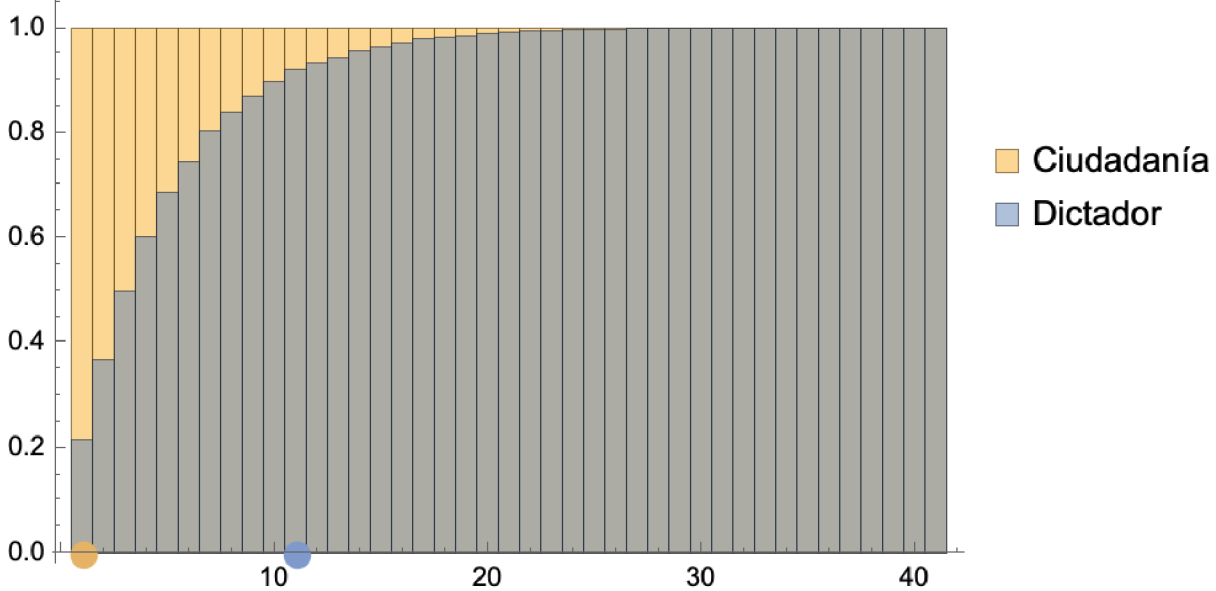
Consideremos primero las probabilidades iguales para el dictador y el colectivo. Si la opción equivocada gana por un pequeño margen, entonces con una probabilidad de 1/5 de cambiar la opinión del colectivo, el cambio de opinión del colectivo tendrá lugar en el primer paso, mientras que el dictador necesitará unos 11 pasos con esta probabilidad.

1000 Ciudadanos, 1000 Tiradas

Proporción que tomó la opción correcta = $\frac{5}{11}$

Probabilidad de que el participante cambie de opinión = 0.2

Probabilidad de que el dictador cambie de opinión = 0.2



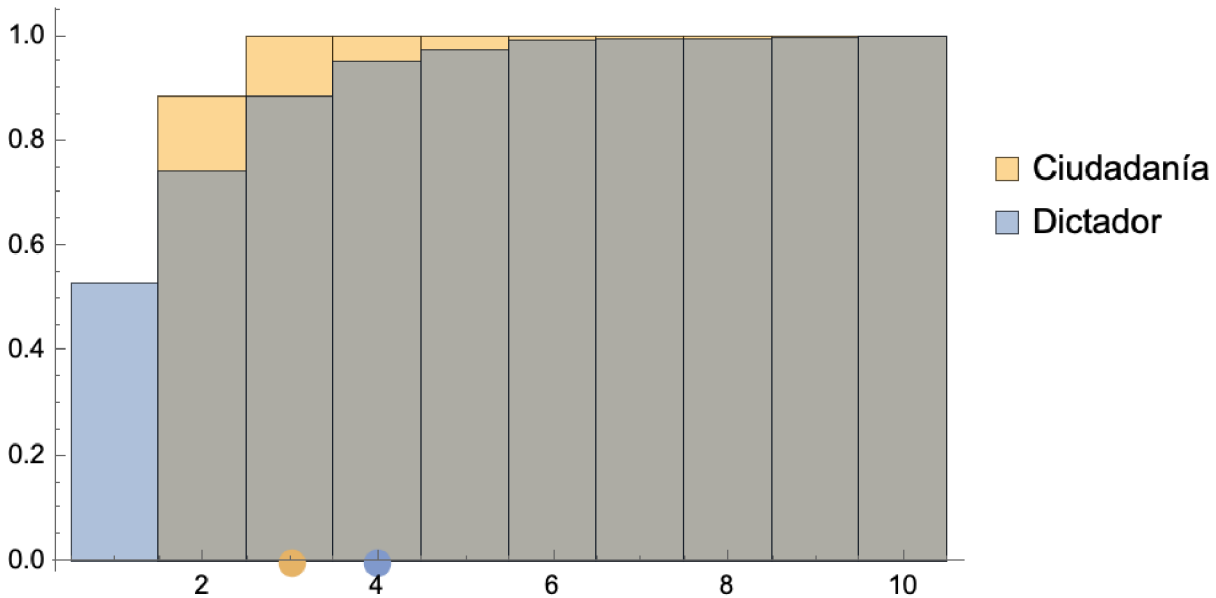
Aunque le sigas el juego al dictador y, a la inversa, debilites las capacidades del colectivo, éste, por término medio, seguirá liderando la velocidad de cambio de las decisiones.

1000 Ciudadanos, 1000 Tiradas

Proporción que tomó la opción correcta = $\frac{5}{11}$

Probabilidad de que el participante cambie de opinión = 0.05

Probabilidad de que el dictador cambie de opinión = 0.5



Sí, un dictador mega genio con probabilidad $\frac{1}{2}$ cambiará de opinión en el primer paso, pero el colectivo con probabilidad 0,9 cambiará de opinión en el segundo y con probabilidad casi unitaria cambiará de opinión en el tercero, mientras que un dictador (recordemos, un genio prohibitivo) puede llegar al octavo y sólo conseguir un 95% de probabilidad en el cuarto.

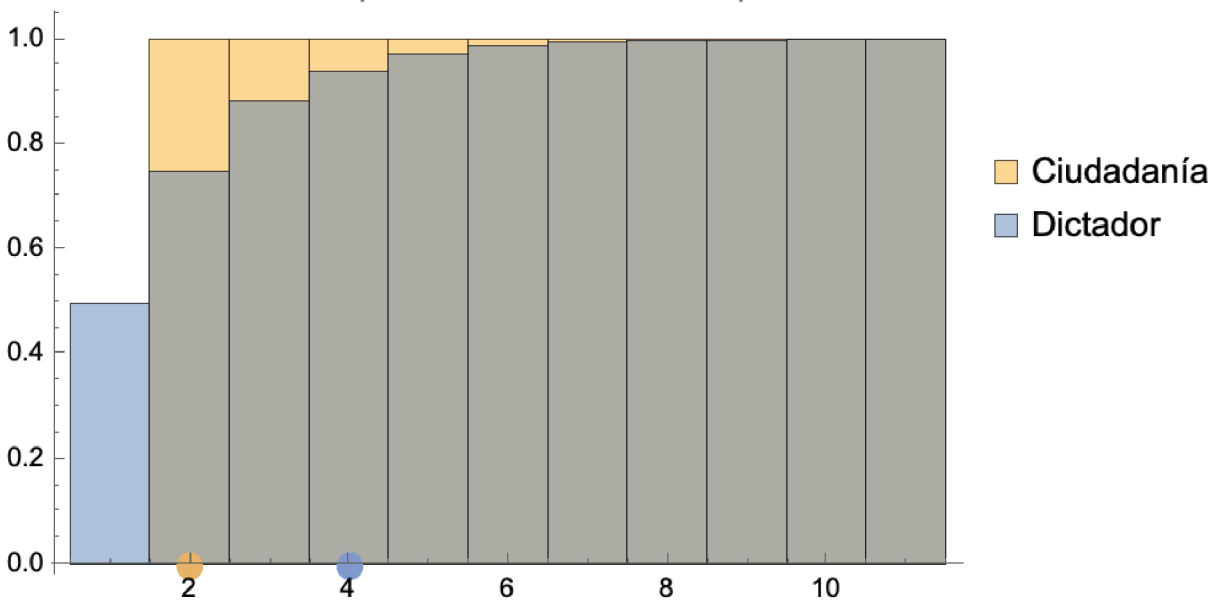
Si consideramos el caso de una pregunta significativamente engañosa, en la que sólo un tercio de las personas eligió la opción correcta, con una probabilidad relativamente alta de que los votantes cambien de opinión, obtenemos lo siguiente.

1000 Ciudadanos, 1000 Tiradas

Proporción que tomó la opción correcta = $\frac{1}{3}$

Probabilidad de que el participante cambie de opinión = 0.2

Probabilidad de que el dictador cambie de opinión = 0.5



La comparación aquí es de nuevo con un dictador perfectamente brillante que tiene una probabilidad de $\frac{1}{2}$ cambio de opinión a cada paso. Una vez más pierde frente a la democracia con un patrón similar al anterior.

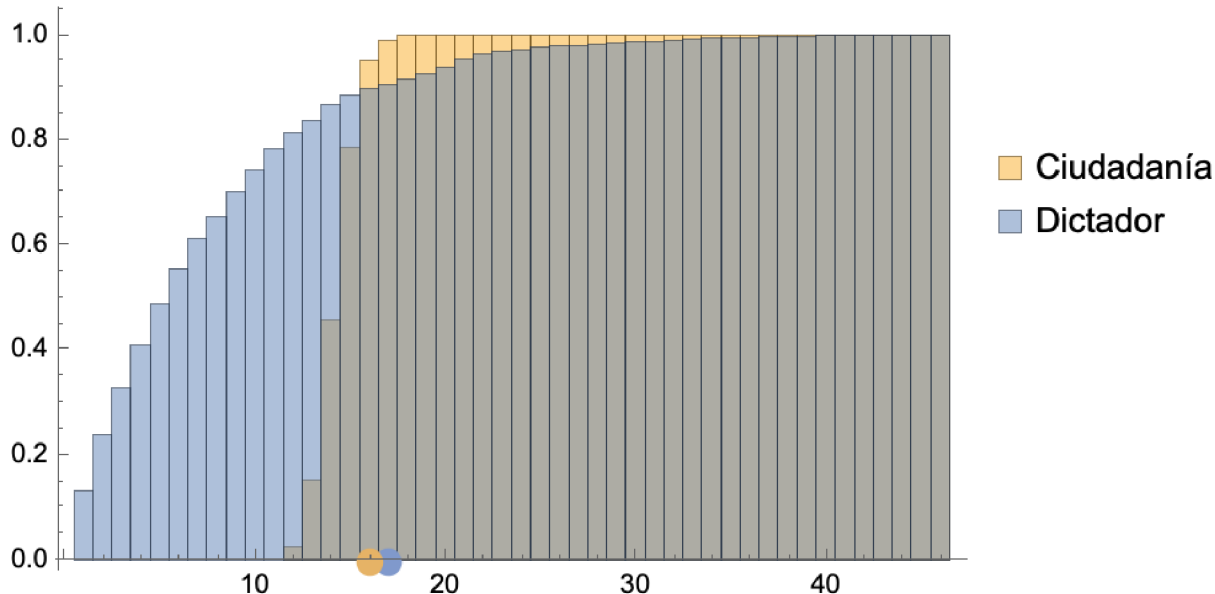
La ventaja del dictador sólo se hará evidente cuando la probabilidad de cambio de opinión en el colectivo sea muy baja y, sin embargo, el dictador tenga muchas veces la ventaja. Por ejemplo, he aquí los parámetros en los que el colectivo y el dictador cambian de opinión sobre el mismo paso con un 90% de probabilidad.

1000 Ciudadanos, 1000 Tiradas

Proporción que tomó la opción correcta = $\frac{1}{3}$

Probabilidad de que el participante cambie de opinión = 0.02

Probabilidad de que el dictador cambie de opinión = 0.13



Aquí, además, vemos que el dictador tiene muchas más probabilidades que el colectivo de cambiar de opinión en los primeros pasos (la probabilidad de que el colectivo cambie de opinión antes del duodécimo paso es ínfima). Pero cuando el dictador alcanza el 90% de probabilidad, el colectivo cambiará de opinión con casi el 100% de probabilidad, mientras que el dictador sigue teniendo una probabilidad notable de no cambiar de opinión antes del cuadragésimo paso.

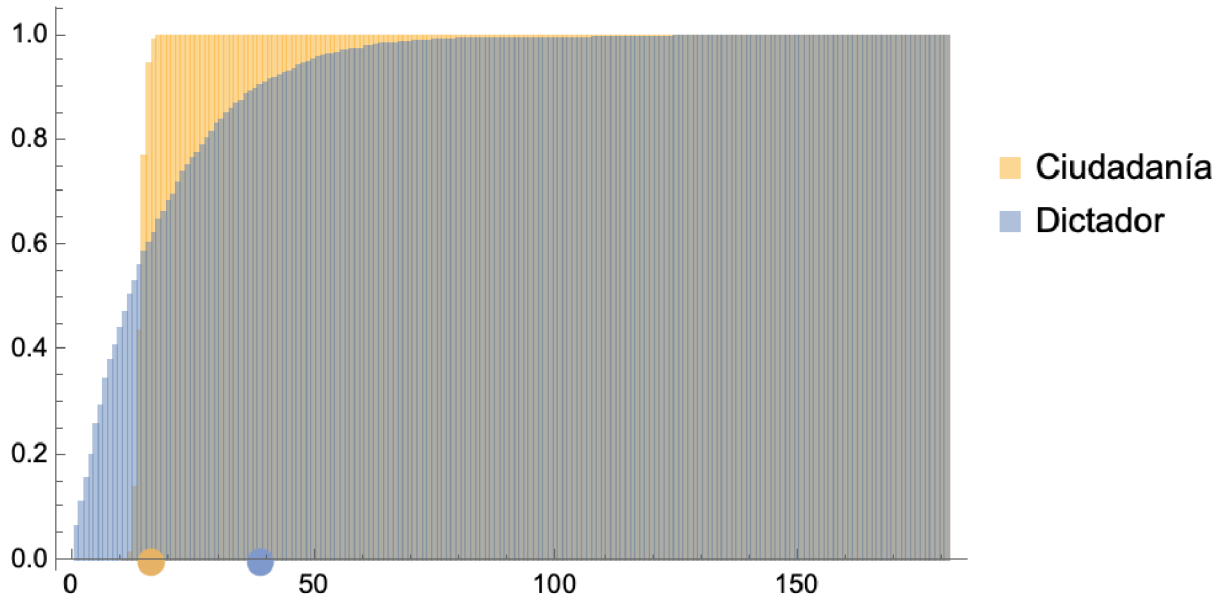
Sin embargo, si la diferencia de probabilidad se reduce aquí, las ventajas del dictador ya son insignificantes.

1000 Ciudadanos, 1000 Tiradas

Proporción que tomó la opción correcta = $\frac{1}{3}$

Probabilidad de que el participante cambie de opinión = 0.02

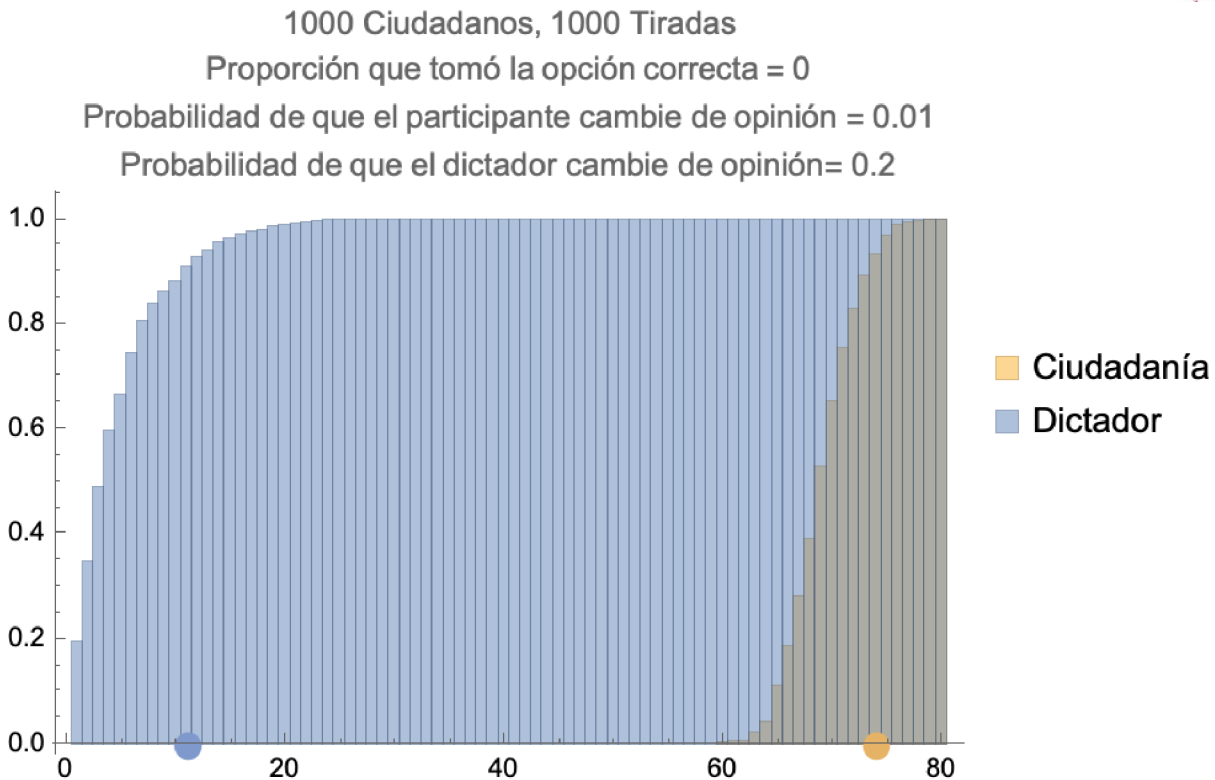
Probabilidad de que el dictador cambie de opinión = 0.06



Nótese que aquí el dictador tiene tres veces más probabilidades de cambiar de opinión en cada paso que cada votante, pero el número de pasos necesarios para cambiar de opinión con un 90% de probabilidad es 2,4 veces mayor para el dictador que para el colectivo.

Obsérvese también que la probabilidad de que el dictador cambie de opinión antes que el colectivo sigue siendo diferente de cero, pero significativamente mayor que en el caso anterior, la probabilidad de que el dictador cambie de opinión mucho más tarde.

Sin embargo, por supuesto es posible elegir parámetros en los que la ventaja del dictador sea innegable.



Sin embargo, como antes, se reduce al "caso extremo": la opción equivocada es elegida por todos en absoluto, siendo la probabilidad de que los votantes cambien de opinión muy baja y la del dictador, en cambio, bastante alta.

Comparación de la media

Una vez más, llama la atención sobre el hecho de que las distribuciones de pasos del dictador y del colectivo son diferentes. Por lo tanto, los dos "puntos" que se comparan no son iguales en su sentido matemático.

Para el colectivo, se toma el número de pasos más probable, que coincide con la media de la distribución.

Es casi seguro que el colectivo cambie de opinión en este paso, con una pequeña diferencia en ambos sentidos, cuya amplitud depende del tamaño del colectivo.

Se toma un "umbral de adivinación" para el dictador, es decir, el número de pasos correspondientes a una probabilidad determinada de cambiar de opinión en este paso o antes.

Ya no se trata en absoluto del "número más probable de pasos", sino de una especie de "garantía". Algo así como "vale si cambia de opinión antes, pero tenemos que asegurarnos de que no sea después".

Hay conjuntos de parámetros en los que uno u otro es obviamente mejor o peor, en otros casos se trata de "optimizaciones diferentes": qué es mejor, un cambio de opinión garantizado más allá de un número de pasos, pero con una probabilidad insignificante de cambiar mucho antes, o cambiar con una probabilidad relativamente alta mucho antes, pero -si no hay suerte- con una probabilidad significativa mucho después.

Por tanto, la elección del umbral de probabilidad influirá mucho en la evaluación de qué opción resultó mejor.

Recordemos que el número de pasos para un dictador viene dado por el cociente

$$step = \frac{\log(1 - p_{dictChange})}{\log(1 - p_{dictToGood})}$$

Aquí $p_{dictChange}$ es el "umbral" de probabilidad de sobre-pensamiento que nos interesa.

En cambio, para la democracia directa se aplica la relación

$$step = -\frac{\log(2 r_{bad})}{\log(1 - p_{toGood})}$$

Fijando un valor específico para la probabilidad "umbral", podemos hacer una ecuación que determine la equivalencia aproximada de los sistemas para ese umbral dado.

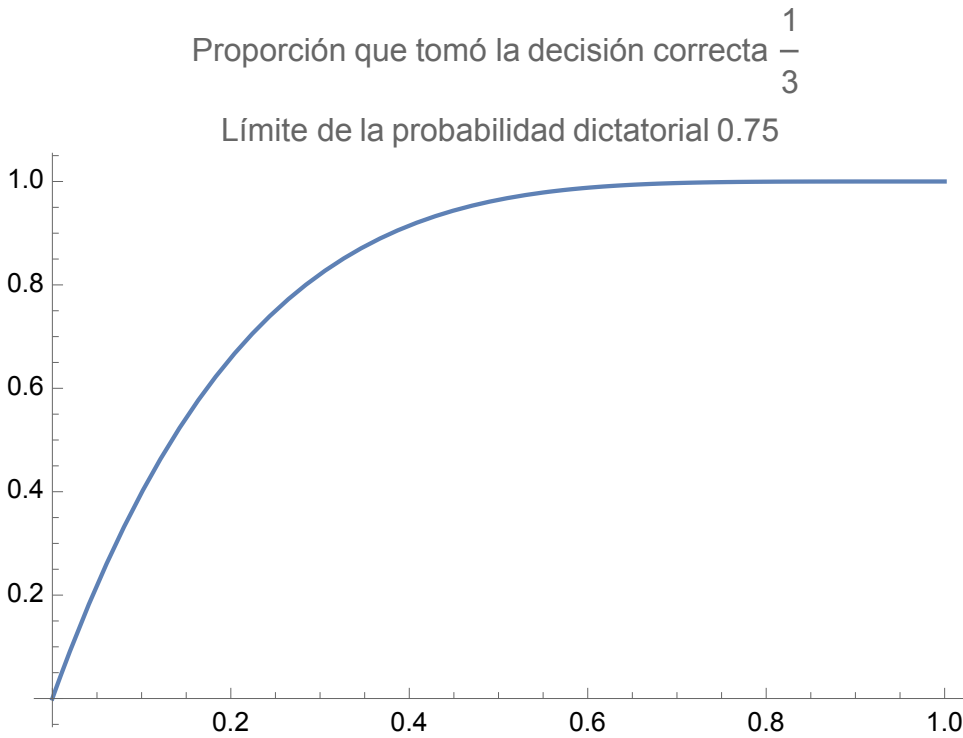
$$\frac{\log(1 - p_{dictChange})}{\log(1 - p_{dictToGood})} = -\frac{\log(2 r_{bad})}{\log(1 - p_{toGood})}$$

Ahora encuentre, por ejemplo, la probabilidad de cambiar de opinión en cada paso para el dictador que se necesita para igualar al colectivo (en el sentido de igualar el "umbral" de pasos con la media del colectivo) dada la probabilidad de cambiar de opinión en cada paso en el colectivo y la proporción que tomó la decisión correcta desde el principio.

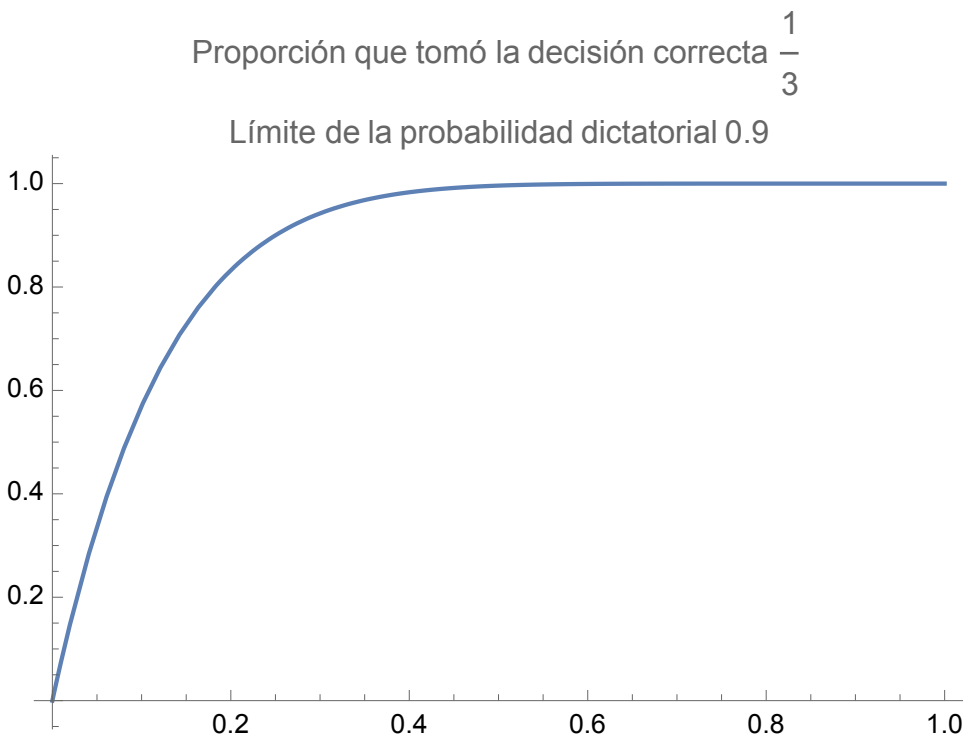
$$p_{dictToGood} = 1 - \left(1 - p_{dictChange}\right)^{\frac{\log(1 - p_{toGood})}{\log(2 r_{bad})}}$$

Tomemos, por ejemplo, un umbral del 75%, y la proporción de los que tomaron la decisión correcta igual a 1/3. Entonces, lo necesario para una coincidencia "garantizada" en eficacia con el colectivo dependerá de la probabilidad de que los votantes cambien de opinión en cada paso, de la siguiente manera

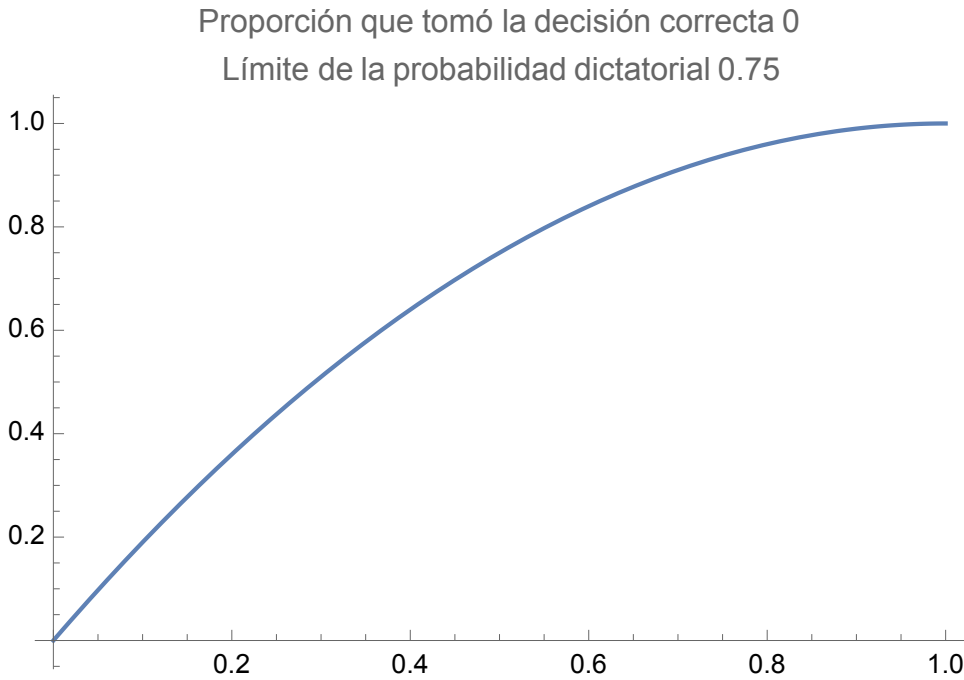
Si se eleva el umbral de dictador al 90%, el requisito de probabilidad se hace más fuerte.



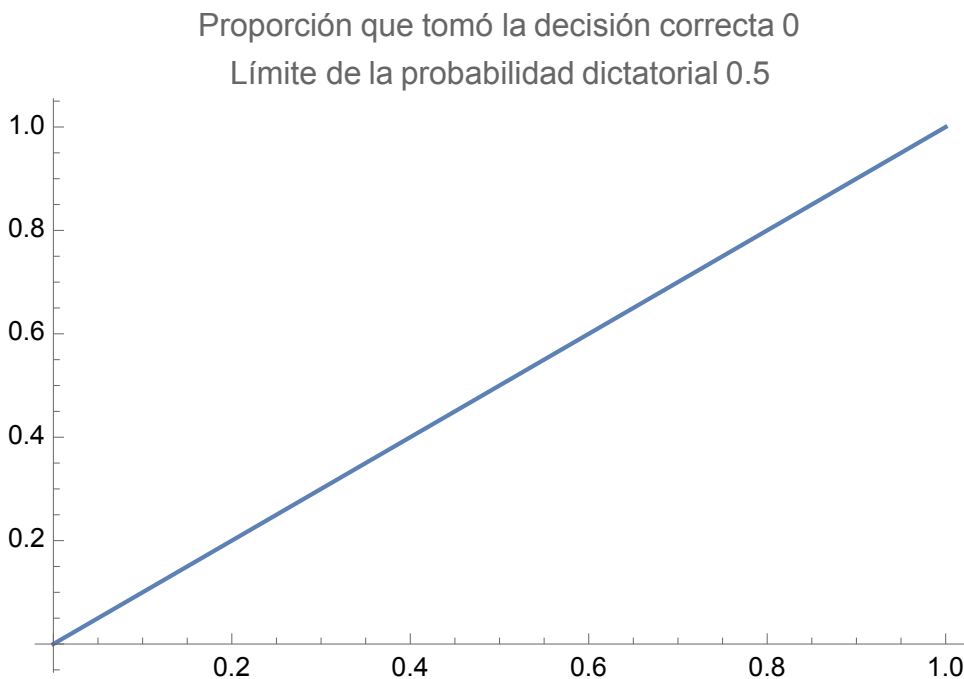
Pero incluso con la probabilidad reducida al 50%, el dictador sigue teniendo que cambiar de opinión a un ritmo notablemente superior al de los participantes para igualar la eficacia del voto.



Del mismo modo, no habría salvado la situación si todos los implicados hubieran tomado la decisión equivocada desde el principio.

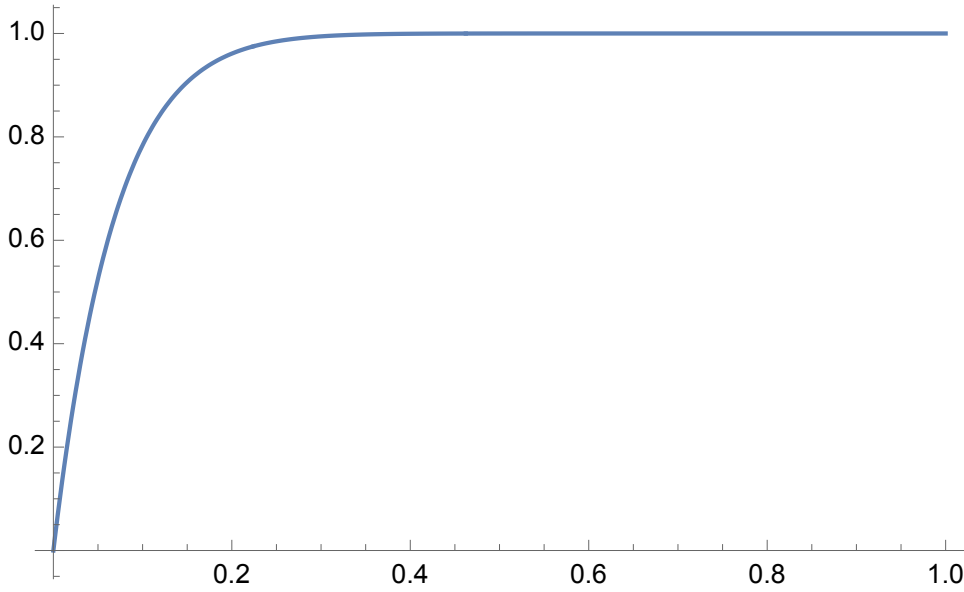


Sólo asumiendo que en general todos los participantes se equivocan, y que el dictador debería poder cambiar de opinión ante ellos sólo el 50% de las veces, se igualan los requisitos de probabilidad del dictador y de los participantes.



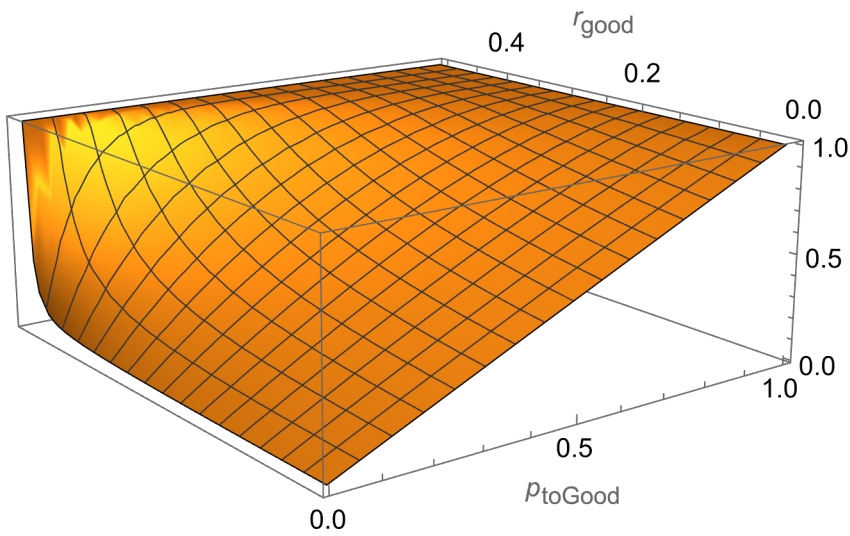
Por otra parte, si sólo algo más de la mitad de los votantes se equivocan, y esperamos que el dictador sea más rápido al menos el 75% de las veces, entonces las exigencias para él se elevan de nuevo a "genio sin precedentes".

Proporción que tomó la decisión correcta 0.45
Límite de la probabilidad dictatorial 0.75

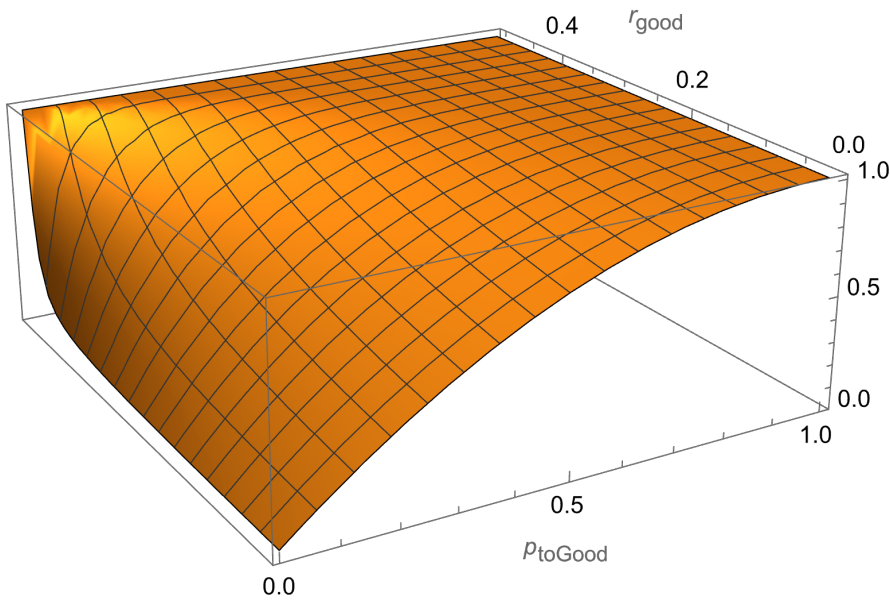


En general, para un umbral dado, el requisito de dependencia para la probabilidad de cambio de opinión del dictador depende de la probabilidad de cambio de opinión de los participantes y de la proporción que inicialmente tomó la decisión correcta así:

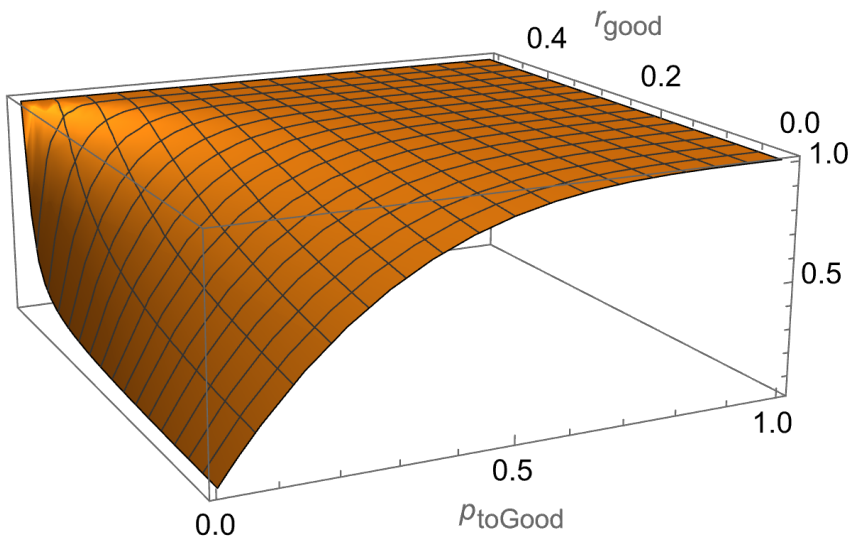
Límite de la probabilidad dictatorial 0.5



Límite de la probabilidad dictatorial 0.75



Límite de la probabilidad dictatorial 0.9



Lo más probable es que el dictador cambie de opinión antes

El número de pasos en los que el colectivo cambiará de opinión por término medio viene dado por el cociente

$$step = - \frac{\log(2 r_{bad})}{\log(1 - p_{toGood})}$$

Al mismo tiempo, existe la posibilidad conocida de que el dictador cambie de opinión a más tardar en un momento determinado.

$$p_{dictChange} = 1 - (1 - p_{dictToGood})^{step}$$

Sustituyendo el número de pasos en esta fórmula, obtenemos la probabilidad aproximada de que el dictador cambie de opinión más rápido que el colectivo bajo los parámetros dados.

$$p_{dictFaster} = 1 - (1 - p_{dictToGood})^{\frac{\log(2r_{bad})}{\log(1-p_{toGood})}}$$

Es cierto que esta fórmula sólo funciona para casos en los que el número más probable de pasos sea mayor o igual a dos, porque ni el dictador ni el colectivo pueden cambiar de opinión más rápido que un paso.

La fórmula para el número más probable de pasos no siempre da como resultado un número entero, mientras que en realidad el número de pasos sólo puede ser un número entero, lo que provoca "artefactos de redondeo".

Para hallar la probabilidad de que el número más probable de pasos sea inferior a dos, se puede utilizar la fórmula de la probabilidad de tomar una decisión correcta, ya conocida desde las primeras secciones de este documento.

$$p_{dem}(n_{all}, p_1) = \sum_{k=\lfloor \frac{n_{all}}{2} \rfloor + 1}^{n_{all}} \binom{n_{all}}{k} * p_1^k * (1 - p_1)^{n_{all}-k}$$

En este caso, el sustituto de p_1 es $p_{dictToGood}$, el número de personas es el número que eligió la decisión equivocada, y el número necesario para "ganar" es la diferencia que no es suficiente para obtener un voto más que la mitad de los participantes.

Así, la probabilidad de sobre-pensamiento del colectivo en un paso inferior a dos es

$$p_{dem1} = \sum_{x=1+\lfloor n_{all}(\frac{1}{2}+r_{bad}) \rfloor}^{n_{all}*r_{bad}} \binom{n_{all} * r_{bad}}{x} * p_{toGood}^x * (1 - p_{toGood})^{n_{all}*r_{bad}-x}$$

La probabilidad de que el dictador cambie antes de opinión es igual al producto de la probabilidad de que el dictador haya cambiado de opinión por la probabilidad de que el colectivo *no lo haya hecho*.

$$p_{dictFaster1} = p_{dictToGood} * (1 - p_{dem1})$$

Sin embargo, en el intervalo comprendido entre el segundo y aproximadamente el cuarto escalón sigue habiendo algunas desviaciones con respecto al modelo predicho por la "fórmula compuesta", debido a que hay un efecto especialmente notable de la dispersión que no se tiene en cuenta en la fórmula, por lo que los gráficos posteriores se basarán en la modelización numérica (que también verifica la precisión relativa del cálculo analítico de la probabilidad).

Y aquí está el resultado para el 1/3 que eligió la solución correcta.

El amarillo-rojo, como sugiere la leyenda, marca la zona donde la probabilidad de que el dictador cambie de opinión más rápidamente es superior a 1/2, y la zona azul donde es inferior. El azul intenso de la parte derecha del gráfico corresponde a probabilidades inferiores a 0,001.

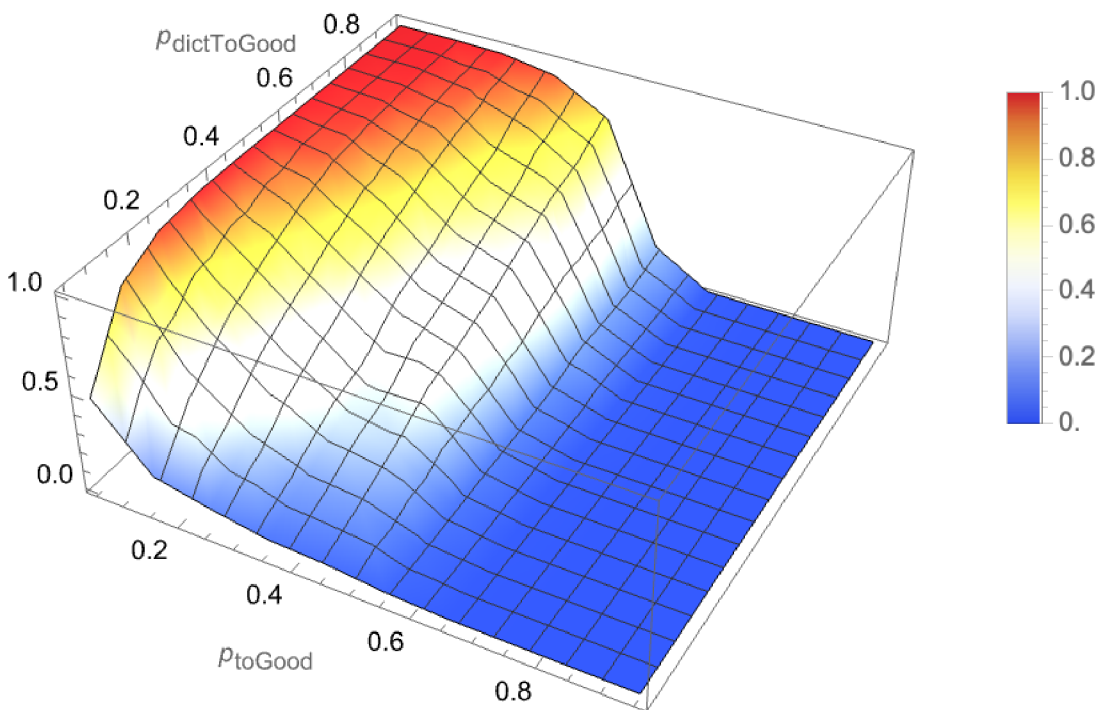
La zona blanca es aquella en la que el dictador y el colectivo son prácticamente iguales, y el dictador cambia de opinión más rápido que el colectivo aproximadamente la mitad de las veces.

Cierta irregularidad de los bordes de las zonas se debe a que, en este caso, el gráfico se construye mediante modelización numérica con números aleatorios.

Se puede observar que la zona en la que el dictador gana en velocidad (es decir, supera al colectivo más de la mitad de las veces) es muy pequeña y, como ha ocurrido muchas veces antes, se sitúa donde el colectivo sobre-piensa con muy poca probabilidad y el dictador sobre-piensa con mucha. Suponiendo que nadie eligiera la decisión correcta, el panorama queda así.

99 Ciudadanos, 1000 Tiradas

Proporción que tomó la decisión correcta desde el principio = 0

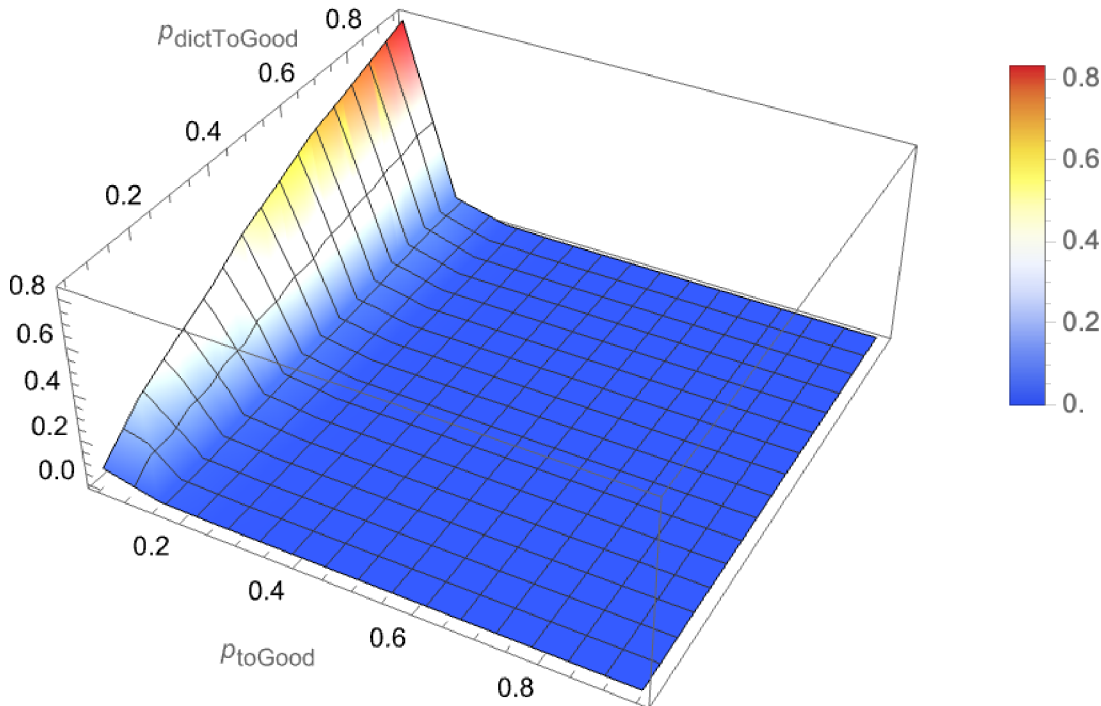


Este gráfico, como también ocurría antes, es en parte un gráfico de la probabilidad de que el dictador tome una decisión más rápidamente que el colectivo. De nuevo podemos ver que la ventaja segura del dictador se sitúa donde la probabilidad de que tome una decisión es notablemente mayor que la probabilidad similar para cada votante. Es decir, de nuevo un colectivo masivamente equivocado, donde todos persisten en no cambiar de opinión, se observe lo que se observe.

Como puede verse, para un pequeño margen a favor de la opción equivocada no hay casi ninguna posibilidad de que el dictador cambie de opinión más rápido.

99 Ciudadanos, 1000 Tiradas

Proporción que tomó la decisión correcta desde el principio = $\frac{5}{11}$



Resultados

A lo largo de este artículo, se han probado muchos parámetros sobre por qué una dictadura podría ser mejor que una democracia directa:

1. La probabilidad de tomar la decisión correcta sobre una cuestión concreta.
2. La probabilidad de tomar la decisión correcta en toda una serie de cuestiones.
3. La velocidad de decisión.
4. La rapidez del cambio de opinión tras una decisión equivocada.
5. La probabilidad de que un dictador tome o cambie una decisión más rápido que el colectivo.

Y casi siempre resultaba que un dictador sólo podría superar a la democracia en estos parámetros si sus cualidades fueran significativamente superiores a la media colectiva. En algunos casos, tal superioridad resultó ser equivalente a "un nivel de genialidad sin parangón en la historia". Pero incluso en aquellos casos en los que la probabilidad requerida de tomar las decisiones correctas o de cambiar de opinión no difería manifiestamente entre los miembros del colectivo, seguía resultando que inevitablemente debía ser notablemente superior a la de cada uno de ellos.

Dicho esto, incluso esta opción -la oportunidad de competir de alguna manera- se situaba predominantemente en el caso de que cada miembro del equipo adivinara marginalmente mejor que la moneda o incluso peor que un lanzamiento de moneda (es decir, que estuviera en el cautiverio del



delirio). Lo que para una sola pregunta sigue siendo posible, pero altamente improbable en un conjunto de preguntas.

Al mismo tiempo, todas estas personas deben cambiar de opinión y tomar decisiones con una probabilidad muy baja en cada iteración; de lo contrario, cambiarán su opinión colectiva o tomarán una decisión colectiva más rápido que el dictador.

Además, resultó que un dictador de tal genio debe existir en la sociedad y llegar al poder con una probabilidad irrealmente alta, ya que con probabilidades más bajas el propio sistema -la dictadura- sólo puede competir con la democracia directa con una suerte improbable y, por tanto, muy rara, ya que en la mayoría de los casos no será el "genio" requerido, sino un hombre cuyas capacidades están radicalmente por debajo de las necesarias para ser al menos tan eficaz como la democracia directa, por no hablar de superarla.

De todo esto se deduce que no sólo desde un punto de vista moral, o basado en ideas de justicia y en la necesidad de que todo el mundo se desarrolle, debería preferirse la democracia directa a la dictadura o al gobierno de pequeños grupos, sino también por consideraciones puramente prácticas: una probabilidad mucho mayor de tomar las decisiones correctas con las mismas capacidades de la persona media, mayor capacidad de respuesta, etcétera.

Creo que el hecho de que lo contrario siga prevaleciendo en la sociedad es probablemente el resultado de una evaluación puramente "a simple vista" o de "intuición general" de las ventajas de uno u otro sistema, o el resultado de una desinformación deliberada, ya que, de hecho, el análisis estadístico muestra una clara ventaja de la democracia directa.

31 de agosto de 2019