

UNA JUSTIFICACIÓN PROBABILÍSTICA DE LA DEMOCRACIA DIRECTA. PARTE I.

Lex Kravetsky





Lex Kravetsky es un programador y matemático que divulga abundante contenido sobre diferentes temas en su canal de YouTube (<https://www.youtube.com/@KravetskiLex>) y en diferentes blogs (https://lex-kravetski.livejournal.com/?utm_medium=endless_scroll). La versión original del artículo en ruso puede consultarse en: <https://22century.ru/popular-science-publications/direct-democracy-1>

El artículo es la primera parte de una serie de tres.

¿Puede la democracia directa (o "casi directa" en el caso de la delegación ad hoc de votos) ser más eficaz que la democracia representativa? Intentemos averiguarlo.

¿Qué es la "democracia directa"?

La democracia directa se entiende a veces como el voto directo para el ejecutivo o cualquier otro poder, en contraposición al sistema en el que el poder es elegido por el colegio electoral, que, a su vez, ya es elegido por los ciudadanos (este sistema, en concreto, funciona en EE.UU. durante las elecciones presidenciales).

Sin embargo, una interpretación más frecuente y, en mi opinión, actualmente más correcta del término es: un sistema en el que todas o la mayoría de las decisiones se toman directamente por votación general. Este sistema se utiliza para diversas cuestiones, por ejemplo en Suiza en forma de referendos y también en algunas organizaciones públicas.

Sobre la "pérdida de tiempo" de la democracia directa

Hay una pregunta perfectamente válida: "¿Cómo se las arreglará todo el mundo para encontrar tiempo para resolver y votar cada asunto?". La respuesta es: por supuesto que no.

Para resolver este problema, la democracia directa debe ir acompañada de un mecanismo de delegación del voto, cuyo breve significado es que cada persona puede nombrar cualquier número de "delegados" y, en los casos en que esa persona no haya votado personalmente, su voto se distribuirá equitativamente entre sus delegados de voto.

La selección de delegados puede simplificarse enormemente calculando el porcentaje de coincidencias entre esta persona y cada posible candidato a delegado en las respuestas a las preguntas sobre las que ambos votaron en persona.

El candidato es cada miembro del mismo grupo al que pertenece la pregunta (todos los residentes de la casa, ciudad, país, organización social, etc.).

La descripción y el estudio detallados de este mecanismo son objeto de un artículo aparte, y aquí trataremos otras cuestiones, pero de ello no se deduce que no se sepa nada al respecto o que alguien oculte información sobre él. Oh no, no está oculto y se describirá más adelante.

Errores intuitivos

Antes del desarrollo de Internet, la democracia directa no era fácil de organizar, porque, como se hacía, por ejemplo, en las antiguas ciudades-estado griegas, todos los participantes debían reunirse simultáneamente en un mismo lugar, y los votos no debían contarse con precisión, sino de forma aproximada. Sin embargo, hoy en día la organización del voto por Internet es tan sencilla que no tiene sentido hablar de dificultades técnicas.

Las dificultades son principalmente psicológicas.

Incluso entre los partidarios de la democracia directa se pueden oír frases como "por supuesto, la democracia directa funciona más lentamente y se equivoca más a menudo debido a la falta de profesionalidad de los votantes que un sistema con un líder a la cabeza, pero con ella es menos probable que los responsables de la toma de decisiones sean voluntariosos, es más justa y refleja mejor el punto de vista de la mayoría, y la usurpación del poder es muy difícil".

"Funciona más despacio" parece contraintuitivo, pero la teoría de la probabilidad es muy a menudo contraintuitiva, y como resultado lo intuitivo puede estar muy alejado de la realidad. Esta pregunta es un ejemplo de ello.

Sin desmerecer el "razonamiento intuitivo" seguido de "pero", pretendo demostrar que en lugar de "pero" habría que escribir "además", porque la primera parte de la afirmación -enumerar los inconvenientes de la democracia directa- se basa de hecho en puros juicios especulativos, que difieren de lo real precisamente por lo contrario. Y esto ya no se demostrará de forma especulativa, sino basándose en la teoría de la probabilidad y en pruebas experimentales sobre modelos estadísticos.

Terminología y "reglas del juego"

Existen muchas variantes de democracia directa, y aunque tienen muchas similitudes (la principal es que todos los ciudadanos, y no un pequeño grupo, deciden sobre cada cuestión), otros aspectos son diferentes, lo cual es fundamental tanto para el análisis como para las conclusiones que se extraigan de él. Por lo tanto, se considerará una variante de la democracia directa, coherente con los siguientes principios:

1. Una persona, un voto.
2. La decisión se toma por mayoría.

Además:

1. Para simplificar, se supone que para cada pregunta la elección es entre dos respuestas.
2. Además, para simplificar, se supone que todos los participantes han votado en su totalidad (excepto en las secciones en las que se investiga la rapidez de la toma de decisiones).

Estas dos cláusulas no afectan significativamente a las conclusiones, pero facilitan mucho la comprensión de las pautas inherentes a la democracia directa.

Una cosa más sobre los términos.

"Participantes" son todos aquellos que toman decisiones con sus votos. Su sinónimo es la palabra "votantes". Y colectivamente se les denominará "colectivo".

En contraste con este sistema, se considerará un sistema en el que una persona toma la decisión. No importa si se trata de un monarca, un presidente electo, un líder informal, etc. Le llamaré "dictador" y al sistema "dictadura".

Sí, parece que una persona así debería llamarse "líder", pero la palabra "líder" tiene demasiadas variantes de percepción. Puede ser, por ejemplo, una persona respetada o que inspira a la gente a hacer algo. Pero en el contexto del problema que nos ocupa, sólo es importante un rasgo del "líder": el derecho a tomar decisiones de forma monopolística, es decir, a "dictar" decisiones a todos los demás. En mi opinión, el término "dictador" está más asociado a este derecho que el de "líder", y por eso se utiliza. Y no debe entenderse como un intento de denigrar a un "líder" abstracto con un término que tiene connotaciones negativas.



Además, el artículo da a entender que las cuestiones consideradas por los votantes o el dictador tienen una solución objetivamente mejor.

El hecho es que varias de las cuestiones a las que puede enfrentarse un colectivo o un dictador no tienen la respuesta "correcta". Por ejemplo, el color que debe pintarse en las paredes del hall de entrada depende exclusivamente de las preferencias de la mayoría de los residentes de ese hall. Y aquí el verde no es más "objetivamente correcto" que el azul: todo depende de cuál guste más al inquilino medio. Incluso una consideración del tipo "tal o cual color es relajante" no servirá de nada en este caso, porque el hecho de que sea "relajante" se ha probado en una muestra de personas, pero hay otras personas que viven en el edificio, y puede que el color les resulte irritante, o puede que la mayoría de ellas no quiera que las paredes sean relajantes.

Por otra parte, la elección entre, por ejemplo, proyectos de naves espaciales para colonizar Marte ya puede hacerse bien o mal: eligiendo un proyecto objetivamente mejor (en el sentido de alcanzar el objetivo fijado) o peor. Esto es fundamentalmente diferente de una "declaración de intenciones": la decisión de que la mayoría de, digamos, los ciudadanos de un país desearían colonizar Marte en un futuro próximo, por lo que se fijan tal objetivo y están dispuestos a gastar en ello parte de los recursos disponibles del país.

Apenas tiene sentido argumentar que la democracia directa elegirá la opción correcta entre las preguntas sobre "gustos" u "objetivos": al fin y al cabo, cada persona es más o menos consciente de qué colores o cualquier otra cosa le gusta. Por eso en las desventajas míticas de la democracia directa no se trata obviamente de este tipo de cuestiones, sino sólo de aquellas en las que objetivamente existe la mejor de dos opciones, lo que puede comprobarse experimentalmente, y en la elección a priori de la opción, por tanto, uno puede equivocarse objetivamente. Precisamente este tipo de preguntas están implícitas en el texto que sigue.

El modelo de toma de decisiones más sencillo

Hay un colectivo de un número determinado de personas, cada una de las cuales puede elegir una opción de respuesta entre dos opciones disponibles.

Gana la opción que obtenga más votos.

Si se produce un empate (que sólo es posible con un número par de participantes), asumiremos que el equipo ha elegido la opción equivocada.

Cada votación supone que hay una respuesta correcta y otra incorrecta. Cada participante tiene la misma probabilidad de elegir la correcta.

Se omite cómo analiza exactamente la pregunta cada participante: de hecho, la probabilidad de tomar la decisión correcta sólo emula el resultado de todas estas fluctuaciones mentales, razonamientos, conjeturas, etc., que llevan a cada participante a la respuesta correcta o incorrecta.

Esencialmente significa: en tal porcentaje de casos cada participante toma la decisión correcta y en todos los demás casos se equivoca (lo que, por ejemplo, se comprobó estadísticamente –por los resultados de muchos sondeos anteriores tras conocerse las consecuencias de tal o cual decisión). En consecuencia, en algunas de las próximas preguntas adivinará con esta probabilidad.

Probabilidad de una decisión colectiva correcta

La probabilidad de obtener una decisión correcta mediante votación directa se deduce de las siguientes consideraciones.

Los resultados de la votación tienen una distribución binomial, por lo que la función que describe la probabilidad de obtener el número de votos afirmativos igual a 'x' en esta distribución es la siguiente.

$$\binom{n}{x} * p^x * (1 - p)^{n-x}$$

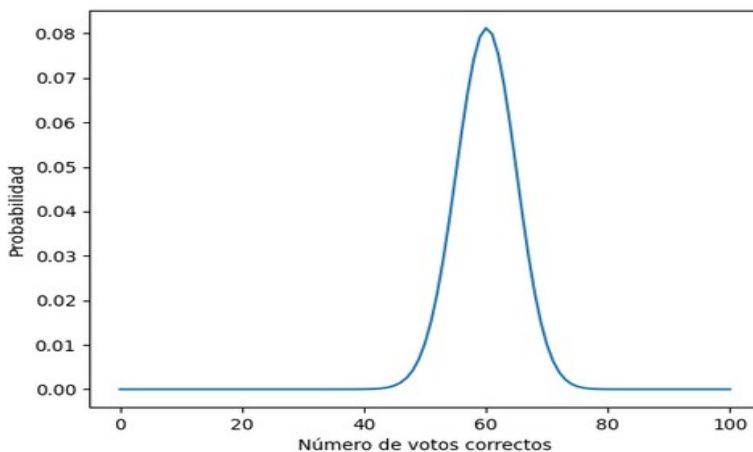
Aquí 'n' es el número de votantes, y 'p' es la probabilidad de que cada votante tome una decisión correcta. Lo que aparece entre paréntesis es el "coeficiente binomial".

$$\binom{n}{x} = \frac{n!}{x! * (n - x)!}$$

Y el signo de exclamación es, para los que no lo sepan, el factorial. El producto de todos los números enteros de 1 a 'n'.

$$n! = 1 * 2 * 3 * \dots * n$$

Un ejemplo de distribución binomial para 100 votantes y una probabilidad de elegir la respuesta correcta igual a 0,6 para cada participante.



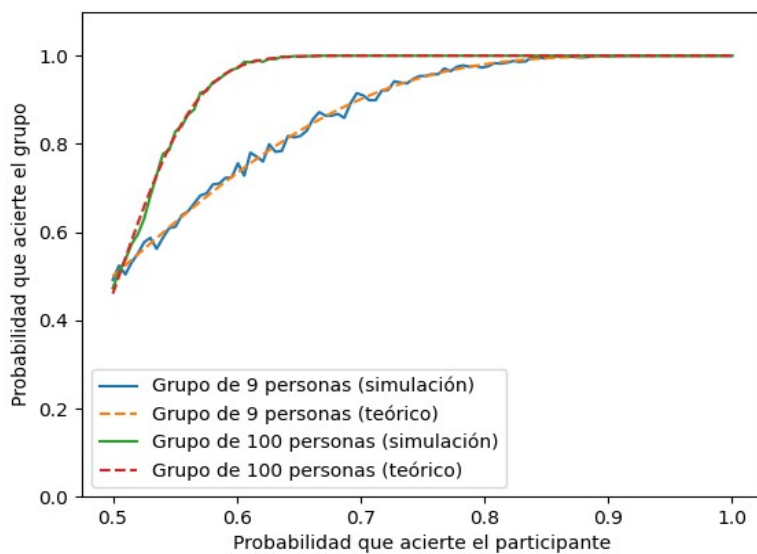
La opción con más votos gana, por lo que para hallar la probabilidad de que gane la opción correcta tenemos que sumar (o integrar) todas aquellas opciones en las que la opción correcta haya recibido un número determinado de votos, superior a la mitad de los participantes.

$$\sum_{x=\lfloor \frac{n}{2} \rfloor + 1}^n \binom{n}{x} * p^x * (1 - p)^{n-x}$$

Para no confundir las letras más adelante, dejemos que el número de participantes se llame 'nall', y que la probabilidad de que un participante tome una decisión correcta sea p1.

$$p_{dem}(n_{all}, p_1) = \sum_{k=\lfloor \frac{n_{all}}{2} \rfloor + 1}^{n_{all}} \binom{n_{all}}{k} * p_1^k * (1 - p_1)^{n_{all}-k}$$

Comparando los resultados de la fórmula con los resultados de la simulación numérica aleatoria (que, en todo caso, simula sólo el proceso de selección con una probabilidad dada de cada participante, la votación y el recuento, y esta fórmula no aparece), podemos ver que esta función (verde en el gráfico) efectivamente muestra correctamente este patrón (el eje X muestra la probabilidad de que cada participante adivine, y el eje Y muestra la probabilidad de que todo el equipo adivine según los resultados de la votación).



No se darán más comprobaciones de las fórmulas en el modelo numérico, pero para cada fórmula se ha realizado dicha comprobación.

Probabilidades desiguales para los participantes

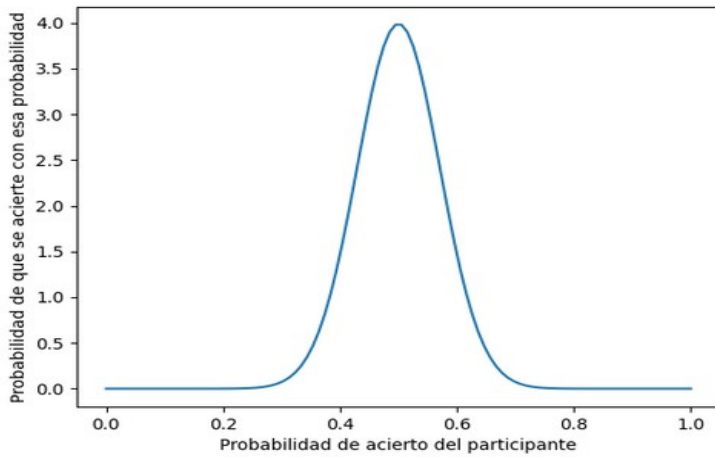
Cabe preguntarse si es correcto modelizar este proceso con la misma probabilidad de acierto para cada participante.

Al fin y al cabo, es cierto que las personas pueden tener distintos conocimientos del tema y distintas capacidades intelectuales y, por lo tanto, en cada caso e incluso en general, algunas personas acertarán la solución correcta con más frecuencia que otras.

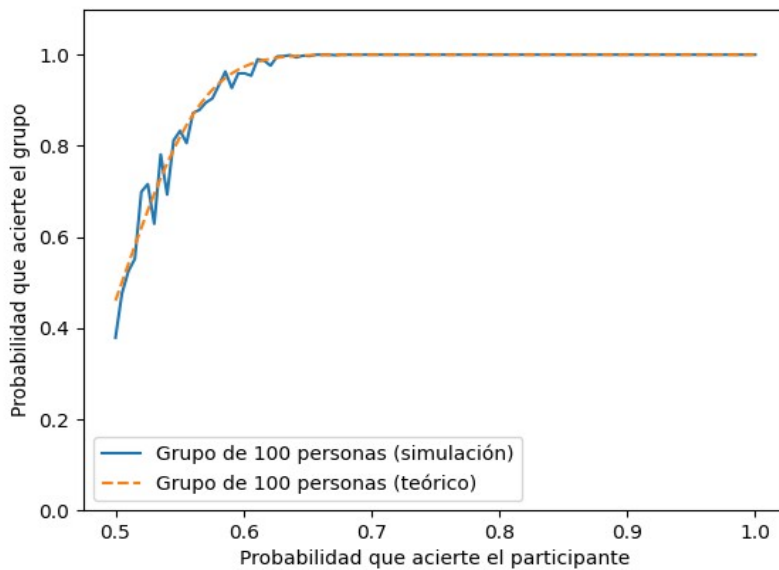
Cuando se trata de una muestra grande, las capacidades de las personas suelen tener una distribución

gaussiana.

La probabilidad de acertar en función de su habilidad y conocimientos, es probable que también lo sea. Si simulamos un proceso que tenga en cuenta una distribución gaussiana de las probabilidades de acierto entre los votantes (como ésta, con media 0.5 y desviación estandar 0.1)...



...se obtiene más o menos la siguiente imagen.



Los gráficos, como puede verse, coinciden con la precisión de pequeñas fluctuaciones uniformes en ambas direcciones, es decir, los resultados de tales modelos son idénticos.

Es decir, con una distribución normal de las probabilidades de acertar y un número relativamente grande de participantes, los resultados se ven afectados principalmente por la probabilidad media de acertar de todo el grupo, por lo que puede atribuirse simplemente a cada miembro del grupo, lo que no afectará notablemente a la adecuación del modelo.

Caso de Estudio

Ahora que tenemos una probabilidad expresada analíticamente de que la clase tome la decisión correcta

y una justificación de su proximidad a la realidad, veamos cómo se comporta esta probabilidad en función del número de votantes y de la probabilidad de que cada votante tome la decisión correcta. Su comportamiento puede parecer muy inesperado.

Por ejemplo, si la probabilidad de que cada miembro de un colectivo de 1000 tome una decisión correcta es de 0,51 (toma una decisión correcta el 51% de las veces y una decisión incorrecta el 49% de las veces), entonces todo el colectivo parecería tomar la decisión correcta aproximadamente el 89% de las veces por mayoría.

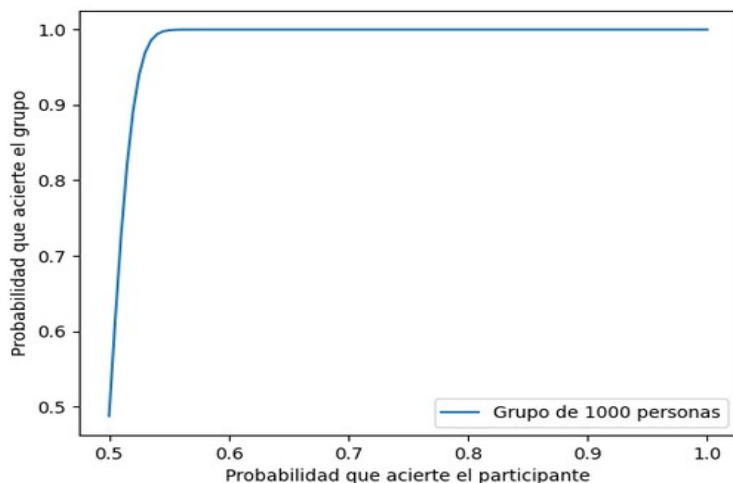
Sí, sólo un margen del dos por ciento de probabilidad de tomar la decisión correcta sobre la incorrecta en una votación de 1000 personas es suficiente para que el colectivo tome la decisión correcta por mayoría el 73% de las veces.

En otras palabras, un dictador tendría que acertar con una probabilidad de 0,73 (frente al 0,51 de cada miembro del colectivo) para igualar su eficacia decisoria con la de dicho colectivo.

Esta diferencia de probabilidad puede no parecer muy significativa: el dictador es un profesional y, por lo tanto, puede acertar más a menudo que todos estos no profesionales, pero piense en lo siguiente: en este caso, cada participante acierta la decisión correcta sólo ligeramente mejor que una moneda, pero el dictador, para ser comparable con dicho equipo, ya debería acertar mucho mejor que ella, en aproximadamente tres cuartas partes de los casos.

Esto aún es posible, pero la probabilidad de adivinar de cada votante puede ser mayor.

Si trazamos la probabilidad de acertar del colectivo a partir de la probabilidad de acertar de cada uno de sus miembros, se verá así (como antes, el eje X muestra la probabilidad de acertar de cada miembro, y el eje Y muestra la probabilidad de acertar del colectivo por los resultados de la votación).

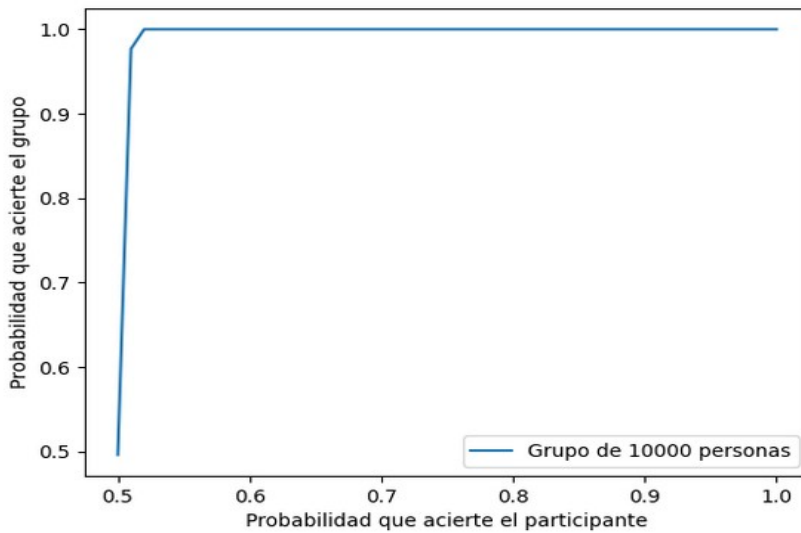


En el gráfico se puede ver que cuando la probabilidad de que cada participante tome una decisión correcta alcanza aproximadamente 0,56, la probabilidad de que todo el grupo tome una decisión correcta ya es tan ligeramente diferente de la unidad que no se puede ver en el gráfico.

Si simuláramos esto numéricamente con números aleatorios, harían falta miles de millones de intentos para que la decisión equivocada se produjera al menos una vez, teniendo cada votante, por ejemplo, una probabilidad del 60% de tomar la decisión correcta. En este caso, la probabilidad de una decisión colectiva correcta es de 0,999999999999. ¿Es posible encontrar un "dictador profesional" así en la realidad? ¿Uno que pueda considerarse que nunca se equivoca en absoluto?

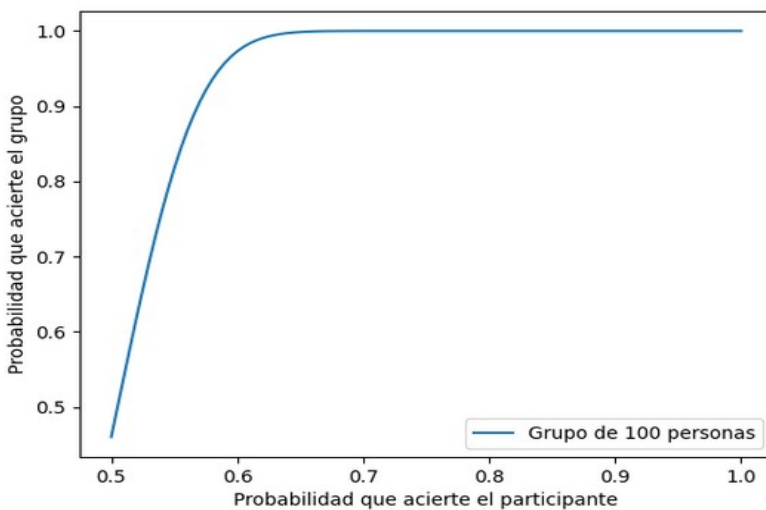
Si tomamos un equipo más grande, de 10.000 personas, la pendiente al principio de la curva se vuelve

prácticamente vertical: se aproxima a la unidad muy rápidamente.



Para que un colectivo de este tipo se equivoque sólo una vez de cada cien ya basta con que cada uno de sus miembros tenga una probabilidad de tomar una decisión correcta igual a 0,512.

Por otro lado, si tomamos un colectivo más pequeño de 100 personas, aumenta por contraste el intervalo en el que es posible en nuestra realidad que un dictador sea capaz de competir con el colectivo en términos de probabilidad de tomar decisiones correctas.



La eficacia de la democracia frente a la dictadura

La conclusión que se desprende de lo anterior es bastante contraintuitiva.

En los debates filosóficos sobre democracia directa se suele oír algo así como: "Bueno, sí, cuando tenemos unas pocas personas –un consejo de una docena de especialistas, por ejemplo– la democracia sigue funcionando de alguna manera, pero con cientos de miles de personas la probabilidad de tomar la decisión correcta es muy baja. Esto –aún "filosóficamente", a primera vista– se justifica por el hecho de que "cientos de



miles de personas son en su mayoría legos, así que por supuesto, muchos de ellos se equivocarán y la decisión que tome la mayoría será errónea, mientras que un dictador inteligente y profesional probablemente adivinará mejor".

Sin embargo, el análisis anterior muestra lo contrario: cuanto mayor es el colectivo, mayor tiene que ser la probabilidad de acertar del dictador (con la misma probabilidad media de acertar de los participantes) para que supere a este colectivo en la toma de decisiones. Además, para un colectivo suficientemente grande (más de diez mil personas), difícilmente puede existir en la realidad un dictador comparable a este colectivo en calidad de adivinación, aunque la probabilidad de adivinación de cada participante sea mínimamente superior a la elección por lanzamiento de moneda.

Y, en consecuencia, cuanto más numeroso sea el equipo, menor será la probabilidad media de acierto de los participantes necesaria para dar con un dictador concreto.

He aquí algunos valores de ejemplo (probabilidad unitaria significa aquí que a un punto le siguen al menos veinte nueves).

Número de Participantes	Probabilidad decisión correcta participante	Probabilidad decisión correcta grupo
100	0.51	0.54006575973257371636
100	0.6	0.97290080224299099495
100	0.7	0.99997793908667283401
1000	0.51	0.72609855573050397656
1000	0.6	0.9999999989851969616
10 000	0.51	0.97671828748073061717
10 000	0.6	1.0
100 000	0.501	0.73542218160338154516
100 000	0.51	0.9999999987093485613

En la columna de la derecha figura la probabilidad con la que el dictador debe acertar para ser tan bueno como el colectivo con los parámetros pertinentes.

Es fácil ver que incluso con números y probabilidades de adivinación bastante pequeños de los miembros del colectivo, el dictador debería tener una probabilidad de adivinación completamente irreal, en la práctica indistinguible de "no equivocarse nunca".